Министерство образования и науки

Уральский государственный лесотехнический университет

Кафедра «Сопротивление материалов и теоретическая механика»

С.А. Душинина
Л.Т. Раевская
А.М. Морозов

КОМПЛЕКТ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ С РЕШЕНИЯМИ

ЧАСТЬ 2

Методические указания для студентов очной и заочной форм обучения.
Направления: 150400 – Технологические машины и оборудование
190500 – Эксплуатация транспортных средств
190600 – Эксплуатация наземного транспорта и транспортного оборудования
270200 – Транспортное строительство
250300 – Технология и оборудование лесозаготовительных и деревообрабатывающих производств

Дисциплина – Сопротивление материалов

Екатеринбург
2010

Печатается по рекомендации методической комиссии лесоинженерного факультета. Протокол № от 2010 г.

Рецензент, доктор технических наук,

Профессор кафедры

«Техническая механика» УГГУ Д.Т.Анкудинов

Редактор РИО

Компьютерная верстка

Подписано в печать	Формат 60x84 1/16	Поз.
Плоская печать	Печ. л.	Тираж
Экз.		
Заказ		Цена

Редакционно-издательский отдел УГЛТУ

Отдел оперативной полиграфии УГЛТУ

ОГЛАВЛЕНИЕ

6. ПЛОСКИЙ ПРЯМОЙ ИЗГИБ 4
6.1. Поперечная сила, изгибающий момент и их эпюры........ 4
6.2. Напряжения в поперечном сечении стержня при плоском изгибе........ 6
6.3. Расчет балок на прочность 9
6.4. Перемещения при изгибе. Расчет балок на жесткость. 12
7. СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ 14
7.1 Виды нагружения стержня........ 14
7.2. Пространственный и косой изгиб 17
7.3. Изгиб с растяжением-сжатием 19
7.4. Изгиб с кручением 22
8. СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ СИСТЕМЫ........ 24
8.1. Определение перемещений с помощью интегралов Мора. Правило Верещагина........ 24
8.2. Статическая неопределимость. Степень статической неопределимости 28
8.3. Метод сил 30
8.4. Расчет простейших статически неопределимых систем 33
9. УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ........ 37
9.1. Устойчивое и неустойчивое упругое равновесие. Критическая сила. Критическое напряжение. Гибкость стержня........ 37
9.2. Формула Эйлера для критической силы сжатого стержня и пределы ее применимости........ 39
9.3. Влияние условий закрепления концов стержня на величину критической силы........ 42
9.4. Устойчивость за пределом пропорциональности. Расчет сжатых стержней........ 44
10. СОПРОТИВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИМ И ПЕРИОДИЧЕСКИ МЕНЯЮЩИМСЯ ВО ВРЕМЕНИ НАГРУЗКАМ........ 47
10.1. Расчёт на прочность с учетом сил инерции 47
10.2. Прочность при ударных нагрузках 49
10.3. Основные понятия и определения при расчётах на выносливость 51
10.4. Расчёт на прочность при напряжениях периодически меняющихся во времени 52

6. ПЛОСКИЙ ПРЯМОЙ ИЗГИБ

6.1. Поперечная сила, изгибающий момент и их эпюры

Задание 6.1.1: Поперечная сила Q_y в произвольном поперечном сечении стержня численно равна алгебраической сумме проекций на ось…

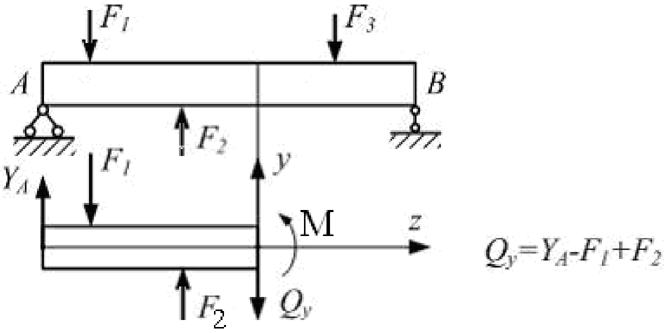
1) y всех внешних сил, расположенных по одну сторону от рассматриваемого сечения;

2) x всех внешних сил, действующих по одну сторону от рассматриваемого сечения;

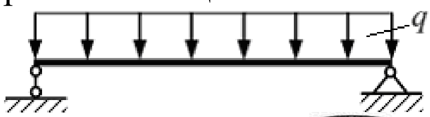
3) y всех внешних сил, действующих на стержень;

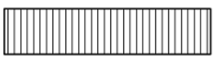
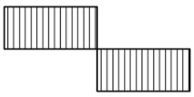
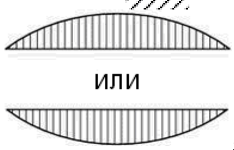
4) y всех внешних и внутренних сил, действующих на стержень.

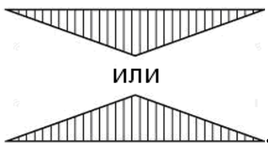
Решение: Верный ответ – 1). Поперечная сила Q_y в произвольном поперечном сечении стержня численно равна алгебраической сумме проекций на ось y всех внешних сил (в том числе и реакций внешних связей), расположенных по одну сторону от рассматриваемого сечения.



Задание 6.1.2: Балка нагружена равномерно распределенной нагрузкой интенсивности q. Эпюра изгибающих моментов имеет вид…



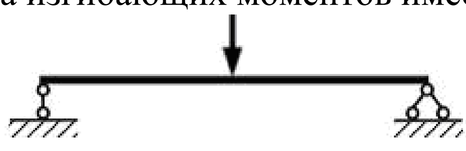
1)  ; 2)  ; 3) 

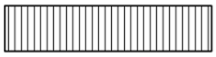
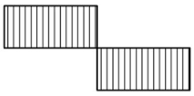
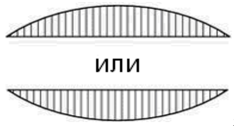
;4) 

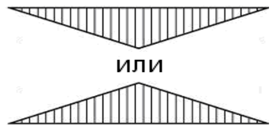
.

Решение: Верный ответ – 3). При данном виде нагружения эпюра изгибающих моментов изменяется по закону квадратной параболы. В середине эпюры будет максимум. Эпюра в зависимости от того, на сжатом или растянутом слое балки она строится, будет иметь вид показанный на рисунке 3).

Задание 6.1.3: Эпюра изгибающих моментов имеет вид…

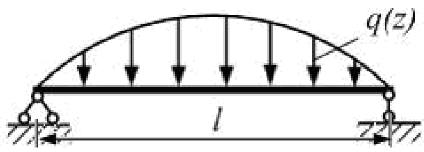


1)  ; 2)  ; 3) 

; 4) 

Решение:Верный ответ – 4). При данном виде нагружения в пределах каждого участка эпюра изгибающих моментов изменяется по линейному закону. В точке приложения сосредоточенной силы должно быть изменение угла наклона эпюры (излом). Эпюра будет иметь вид, представленный на рис. 4) в зависимости от того, на сжатом или растянутом слое она построена.

Задание 6.1.4: Балка нагружена распределенной нагрузкой, меняющейся по закону $q(z) = q\sin\dfrac{\pi z}{l}$. Поперечная сила по длине балки изменяется по закону …



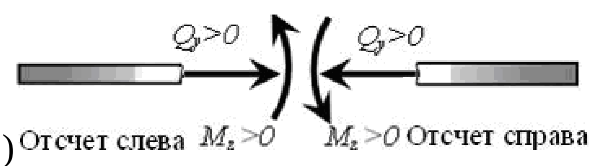
1) синуса; 2) косинуса; 3) прямой, параллельной оси балки;

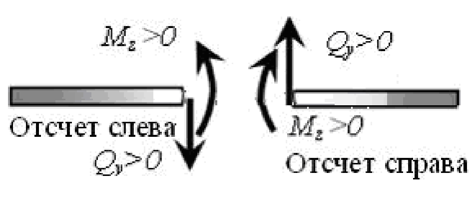
4) прямой, наклонной к оси балки.

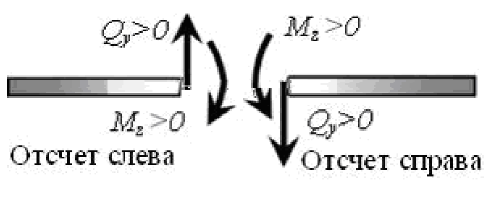
Решение: Верный ответ – 2). Воспользуемся дифференциальными зависимостями при плоском поперечном изгибе $\dfrac{dQ_y}{dz} = q$, $\dfrac{dM_x}{dz} = Q_y$. Используя зависимость между Q_y и q, составим выражение для определения поперечной силы Q_y, учитывая, что распределенная нагрузка направлена вниз: $Q_y = -\int q\sin\dfrac{\pi z}{l}dz + C$ или $Q_y = q\dfrac{l}{\pi}\cos\dfrac{\pi z}{l} + C$, где C – постоянная интегрирования, которая определяется из условий опирания балки. Из полученного выражения следует, что поперечная сила по длине балки изменяется по закону косинуса.

Задание 6.1.5: Правило знаков для поперечной силы Q_y и изгибающего момента M_z изображено на рисунке…

1) 

; 2) 

3) 

; 4) 

Решение: Верный ответ – 3). Поперечную силу прикладывают таким образом, чтобы она вращала рассматриваемую часть по часовой стрелке. Поперечная сила считается положительной, если вектор образует правую систему координат с вектором внешней нормали к сечению. Изгибающий момент считают положительным, если сжатый слой находится сверху (вогнутость балки направлена вверх). Кроме того, должен выполняться закон о равенстве действия и противодействия.

Задание 6.1.6: Пусть ось z направлена вдоль оси стержня. Оси x и y – главные центральные оси поперечного сечения. Для распределенной нагрузки q, поперечной силы Q_y и изгибающего момента M_x выполняется(-ются) следующая(-ие) зависимость(-ти)…

1) $\frac{dQ_y}{dz} = q$, $\frac{dM_x}{dz} = Q_y$; 2) $\frac{dQ_y}{dt} = q$, $\frac{dM_x}{dt} = Q_y$;

3) $\frac{dM_x}{dz} = Q_y + q$; 4) $\frac{dq}{dz} = Q_y$, $\frac{d^2 q}{dz^2} = M_x$.

Решение: Верный ответ – 1). Между указанными величинами существуют дифференциальные зависимости $\frac{dQ_y}{dz} = q$, $\frac{dM_x}{dz} = Q_y$, согласно которым поперечная сила представляет собой производную от изгибающего момента по координате z, а производная по z от поперечной силы есть интенсивность внешней распределенной нагрузки q.

6.2. Напряжения в поперечном сечении стержня при плоском изгибе

Задание 6.2.1: При плоском поперечном изгибе нормальные напряжения по ширине сечения балки …

1) распределяются по закону квадратной параболы; максимальное значение принимают посередине, а по краям равны нулю;

2) распределяются равномерно;

3) равны нулю;

4) распределяются по линейному закону; максимальны по краям; равны нулю посередине.

Решение: Верный ответ – 2). По ширине сечения балки нормальные напряжения при изгибе распределяются равномерно.

Задание 6.2.2: При плоском изгибе стержня нормальные напряжения по высоте поперечного сечения…

1) изменяются по закону квадратной параболы; в крайних точках сечения равны нулю, достигают максимума на нейтральной линии;

2) не изменяются;

3) имеют линейный закон распределения; равны нулю на нейтральной линии и достигают максимума в точках, наиболее удаленных от нее;

4) имеют линейный закон распределения; достигают максимума на нейтральной линии и равны нулю в точках, наиболее удаленных от нее.

Решение: Верный ответ – 3). Нормальные напряжения при плоском изгибе по высоте поперечного сечения стержня имеют линейный закон распределения $\sigma = (M_x / I_x) / y$. Они достигают максимума в точках, наиболее удаленных от нейтральной линии $\sigma_{\max} = (M_x / I_x) / y_{\max}$, и равны нулю на нейтральной линии.

Задание 6.2.3: Вывод формулы для определения нормальных напряжений при чистом изгибе основывается на…

1) законе парности касательных напряжений и теореме Кастильяно;

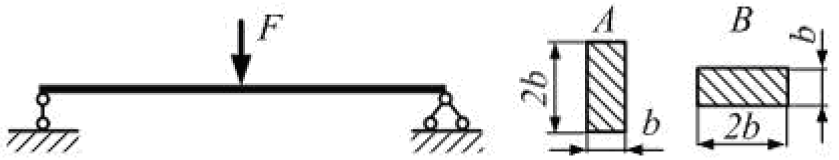
2) гипотезе наибольших касательных напряжений и гипотезе об удельной потенциальной энергии формоизменения;

3) гипотезе наибольших нормальных напряжений и гипотезе наибольших линейных деформаций;

4) гипотезе плоских сечений и гипотезе об отсутствии взаимного надавливания продольных слоев балки.

Решение: Верный ответ – 4). Вывод формулы для определения нормальных напряжений при чистом изгибе основывается на гипотезе плоских сечений и гипотезе отсутствия взаимного надавливания продольных слоев балки.

Задание 6.2.4: Прямоугольная балка имеет два варианта расположения поперечного сечения. Отношение наибольших нормальных напряжений σ_B / σ_A для этих двух вариантов равно…

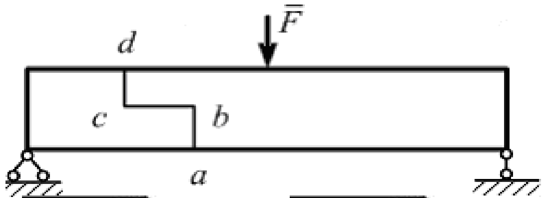


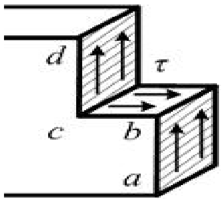
1) 2; 2) 1,5; 3) 1; 4) 0,5.

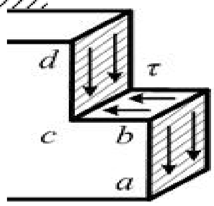
Решение: Верный ответ – 1). Наибольшие напряжения в указанных случаях определяются следующим образом: $\sigma_A = M_{\max} / W_A$, $\sigma_B = M_{\max} / W_B$. Моменты сопротивления изгибу равны $W_A = \dfrac{bh^2}{6} = \dfrac{b(2b)^2}{6}$, $W_B = \dfrac{bh^2}{6} = \dfrac{2b(b)^2}{6}$, следовательно, отношение:

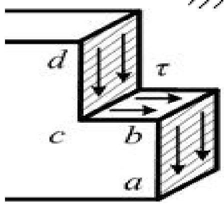
$$\frac{\sigma_B}{\sigma_A} = \frac{W_A}{W_B} = \frac{4b^3}{2b^3} = 2.$$

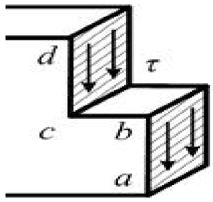
Задание 6.2.5: Направление касательных напряжений, передающихся через ступенчатый разрез от правой части балки на левую, показано на рисунке…



1) 

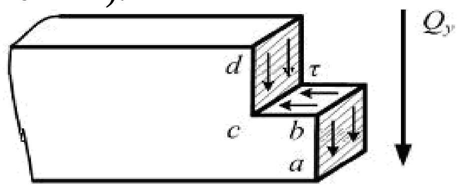
; 2) 

; 3) 

; 4) 

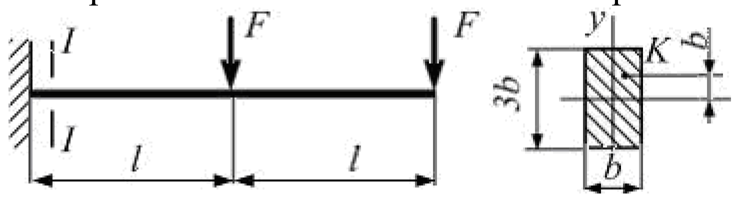
.

Решение: Верный ответ – 2).



На площадках *ab* и *cd* касательные напряжения совпадают по направлению с поперечной силой Q_y, а на площадке *bc* их направление подчиняется закону парности касательных напряжений.

Задание 6.2.6: Схема нагружения балки прямоугольного сечения с размерами $b \times 3b$ представлена на рисунке. Сила *F* и размер *l* заданы. Значение нормального напряжения в точке «*К*» сечения *I-I* равно …



1) $\frac{4}{9}\frac{Fl}{b^3}$; 2) $\frac{4}{3}\frac{Fl}{b^3}$; 3) $12\frac{Fl}{b^3}$; 4) $2\frac{Fl}{b^3}$.

Решение: Верный ответ – 2). Воспользуемся формулой для определения нормальных напряжений при плоском поперечном изгибе: $\sigma = \frac{M_x}{J_x} y$.

В сечении *I-I* значение изгибающего момента $M_x = 3Fl$, при *x*=*l*. Осевой момент инерции прямоугольного сечения относительно главной центральной оси найдем по формуле $J_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{b(3b)^3}{12}$. Расстояние *y* от главной центральной оси до точки «*К*» равно *b*. Следовательно, $\sigma_K = \frac{4}{3}\frac{Fl}{b^3}$.

6.3. Расчет балок на прочность

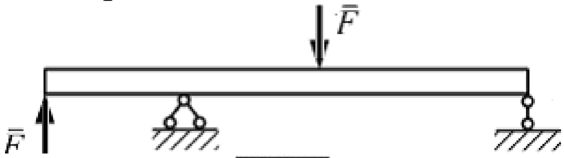
Задание 6.3.1: Из таблицы сортаментов для двутавровых балок имеем: $W_z^{№18a} = 159 см^3$, $A^{№18a} = 25{,}4 см^2$; $W_z^{№20} = 184 см^3$, $A^{№20a} = 26{,}8 см^2$, $W_z^{№20a} = 203 см^3$, $A^{№20a} = 28{,}9 см^2$; $W_z^{№22} = 232 см^3$, $A^{№22} = 30{,}6 см^2$
В опасном сечении балки, выполненной из пластичного материала (допускаемое напряжение *[σ]*=160 *МПа*), значение изгибающего момента $M_{\max} = 32 кНм$. Отношение площади поперечного сечения балки прямоугольного сечения (с отношением сторон *h/b=2*) к площади поперечного сечения балки двутаврого сечения равно….

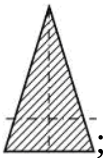
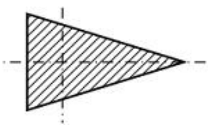
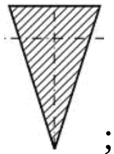
1) 0,985; 2) 4,92; 3) 3,34; 4) 3,1.

Решение: Верный ответ – 4). Составим условие прочности при изгибе $\sigma_{\max} = \dfrac{M_{\max}}{W_z} \le [\sigma]$. Момент сопротивления $W_z \ge \dfrac{M_{\max}}{[\sigma]} = \dfrac{32 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 200 см^3$

Ближайший стандартный двутавровый профиль подбираем по сортаменту: $W_z^{№20a} = 203 см^3$, $A^{№20a} = 28{,}9 см^2$. Для прямоугольного сечения имеем: $W_z = \dfrac{bh^2}{6} = \dfrac{b(2b)^2}{6} = \dfrac{2b^3}{3}$; $b \ge \sqrt[3]{\dfrac{3}{2} W_z} = \sqrt[3]{\dfrac{3}{2} 200} \approx 6{,}7 см$. Площадь балки прямоугольного сечения $A = hb = 6{,}7 \cdot 13{,}4 = 89{,}8 см^2$. Тогда $\dfrac{A}{A^{№20a}} = \dfrac{89{,}8}{28{,}9} = 3{,}1$

Задание 6.3.2: Чугунная балка обладает наибольшей грузоподъемностью при расположении поперечного сечения, показанном на рисунке…

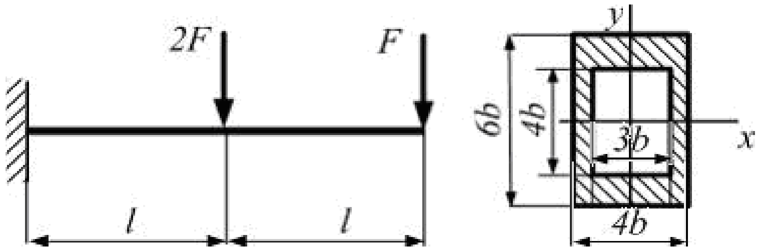


1) ; 2) ; 3) ;

4) Все представленные варианты сечения равноценны

Решение: Верный ответ – 1). При изгибе балки внешней нагрузкой, как показано на рисунке, в нижних точках сечения материал работает на растяжение. На растяжение хрупкий материал (чугун) работает плохо, но и напряжения в этих точках небольшие. В верхней точке поперечного сечения действует сжимающее напряжение (в два раза больше, чем растягивающее напряжение в нижних точках), и материал (чугун) на сжатие работает хорошо. Ориентация поперечного сечения согласована с прочностными характеристиками материала.

Задание 6.3.3: Консольная балка нагружена, как показано на схеме. Материал балки одинаково работает на растяжение и сжатие. Допускаемое напряжение $[\sigma]$, размеры b и l заданы. Из расчета по допускаемым напряжениям значение силы …



1) $F \le \frac{7}{3}\frac{[\sigma]b^3}{l}$; 2) $F \le \frac{14}{3}\frac{[\sigma]b^3}{l}$; 3) $F \le \frac{28}{3}\frac{[\sigma]b^3}{l}$; 4) $F \le 5\frac{[\sigma]b^3}{l}$.

Решение: Верный ответ – 2). Составим условие прочности по допускаемым нормальным напряжениям $\sigma_{\max} \le [\sigma]$. Максимальное нормальное напряжение найдем по формуле $\sigma_{\max} = \left(\frac{M_x}{J_x}\cdot y\right)_{\max}$. Для данной схемы нагружения балки, размерах и форме поперечного сечения $M_{x\max} = 4Fl$, $J_x = 56b^4$, $y_{\max} = 3b$. После подстановки получим $F \le \frac{14}{3}\frac{[\sigma]b^3}{l}$.

Задание 6.3.4: Полная проверка прочности при изгибе включает..

1) проверку по касательным напряжениям, проверку по главным напряжениям и расчет на жесткость;

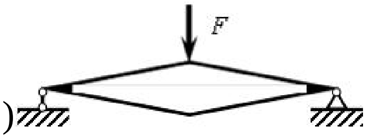
2) проверку по нормальным напряжениям и проверку по касательным напряжениям;

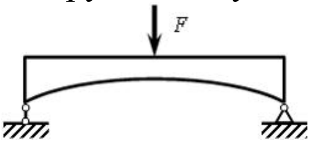
3) проверку по нормальным напряжениям, проверку по касательным напряжениям, проверку по главным напряжениям и расчет на жесткость;

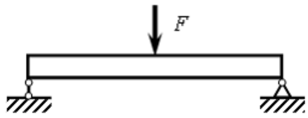
4) проверку по нормальным напряжениям, проверку по касательным напряжениям и проверку по главным напряжениям.

Решение: Верный ответ – 4). Полная проверка прочности балки при изгибе включает в себя три проверки: - по нормальным напряжениям $\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \le [\sigma]$; - по касательным напряжениям $\tau_{\max} = \frac{kQ_{\max}}{A} \le [\tau]$; - по главным напряжениям $\sigma_{экв\max} \le [\sigma]$. Проверка по нормальным напряжениям является основной проверкой и в подавляющем большинстве случаев единственно необходимой.

Задание 6.3.5: Балки имеют прямоугольное поперечное сечение (переменную высоту и постоянную ширину). Лучше работать на изгиб при данных условиях закрепления и нагружения будет балка…

1) 

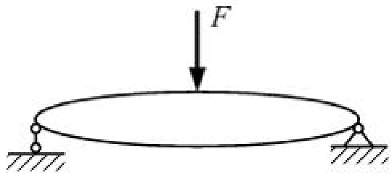
; 3) 

; 4) 

;

2) Все балки на изгиб работают одинаково;

Решение: Верный ответ – 1). Балки, у которых при заданной нагрузке максимальные напряжения во всех сечениях одинаковы, называются балками равного сопротивления изгибу. Пусть ширина балки b, высота балки есть функция от координаты $h(x)$. Изгибающий момент в текущем сечении балки $M_z(x) = x\dfrac{F}{2}$. Момент сопротивления изгибу текущего сечения $W_z = \dfrac{b \cdot (h(x))^2}{6}$. Следовательно, наибольшие напряжения в текущем сечении $\sigma(x) = \dfrac{M_z(x)}{W_z} = \dfrac{F \cdot x}{2}\dfrac{6}{b \cdot (h(x))^2}$. В среднем сечении балки имеем $\sigma_{\max}(x = 0{,}5l) = \dfrac{M_{\max}}{W_z} = \dfrac{F}{2}\dfrac{l}{2}\dfrac{6}{b \cdot {h_m}^2}$. Приравнивая правые части последних выражений, получаем: $\dfrac{F}{2}\dfrac{l}{2}\dfrac{6}{b \cdot {h_m}^2} = \dfrac{F \cdot x}{2}\dfrac{6}{b \cdot (h(x))^2}$. Откуда $h^2(x) = x\dfrac{2}{l}h_m^2$. Т.е. высота сечения меняется по закону квадратной параболы.



Наиболее близкой к ней по форме балка, представленная на рисунке 1).

Задание 6.3.6: Проверка на прочность по касательным напряжениям необходима в случае, если…

1) длинные балки нагружены перпендикулярно продольной оси силами, имеющими большое значение;

2) короткие балки нагружены перпендикулярно продольной оси силами, имеющими большое значение; материал балки плохо сопротивляется сдвиговым деформациям; ширина поперечного сечения балки в районе нейтральной оси мала;

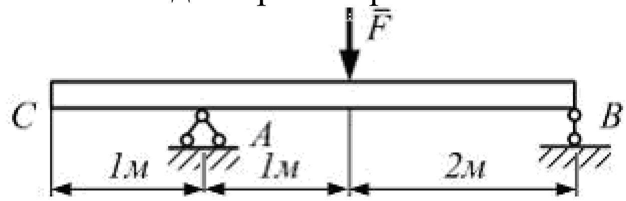
3) длинные балки нагружены сосредоточенными силами и моментами;

4) длинные балки нагружены большими моментами.

Решение: Верный ответ – 2). Проверка на прочность по касательным напряжениям необходима для коротких балок, нагруженных силами, имеющими большие значения. Поперечные силы Q_y, в этом случае относительно велики, а изгибающие моменты относительно малы и касательные напряжения $\tau = \dfrac{Q_y S_x}{bI_x}$ могут быть весьма большими.

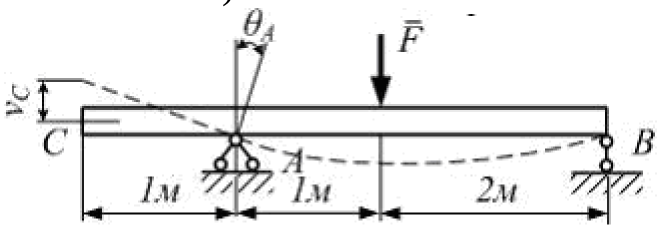
6.4. Перемещения при изгибе. Расчет балок на жесткость

Задание 6.4.1: Прогиб на свободном конце балки $v_c = 7мм$. Угол поворота поперечного сечения над опорой A равен…



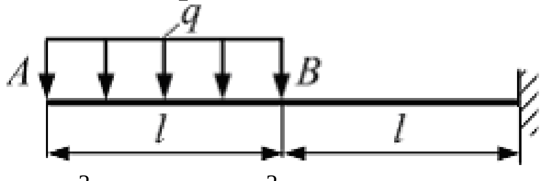
1) 24 минутам; 2) 0 минут; 3) 12 минутам; 4) 7 минутам.

Решение: Верный ответ – 1).



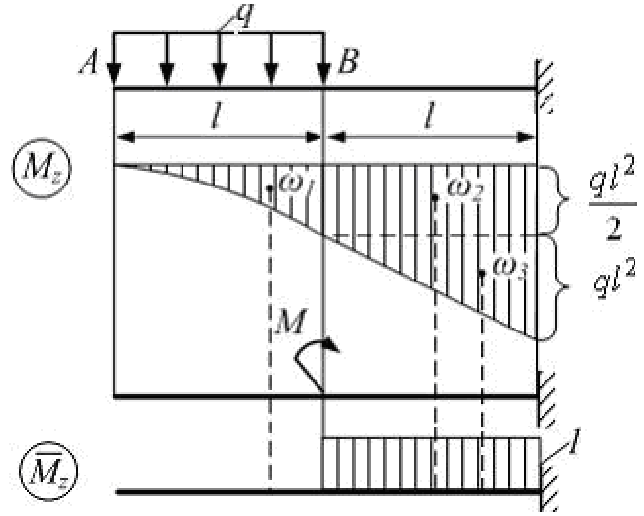
На участке AC изгибающий момент равен нулю. Прогибы изменяются по линейному закону. Поэтому $\theta_A = \dfrac{v_C}{|AC|} = \dfrac{7 \cdot 10^{-3}}{1} = 7мрад \approx 24'$.

Задание 6.4.2: Консольная балка на участке AB нагружена равномерно-распределенной нагрузкой интенсивности ***q*.** Жесткость поперечного сечения стержня на изгиб EI_z по всей длине постоянна. Угол поворота сечения *B*, по абсолютной величине равен…



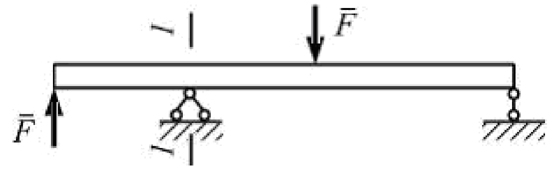
1) $\dfrac{5ql^4}{12EI_z}$; 2) 0; 3) $\dfrac{ql^3}{EI_z}$; 4) $\dfrac{2ql^3}{EI_z}$.

Решение: Верный ответ – 3). Построим эпюры изгибающих моментов от заданных нагрузок (M_z). Затем построим эпюру $(\overline{M}_z)$ от единичной пары, приложенной в сечении *B*. Определим угол поворота сечения *B*. Для этого перемножим эпюры от заданных нагрузок и единичного момента. На левом участке такое произведение равно 0. На правом участке обе эпюры линейные.



Если взять площадь с единичной эпюры, получим: $\theta_B = -\frac{1}{EI_z} 1 \cdot l \cdot ql^2 = -\frac{ql^3}{EI_z}$. Знак «минус» показывает, что сечение *B* поворачивается в направлении, противоположном направлению единичного момента.

Задание 6.4.3: В поперечном сечении I-I …

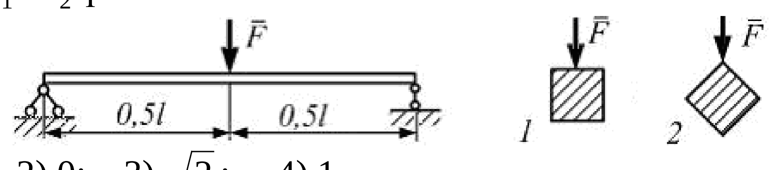


1) нет перемещений; 2) будет поворот сечения;

3) будет прогиб; 4) будет прогиб и поворот сечения.

Решение: Верный ответ – 2). При данных условиях закрепления прогиб сечения I-I балки будет равен нулю, так как шарнирно-неподвижная опора запрещает линейные перемещения сечения. Для рассматриваемого сечения возможен только поворот.

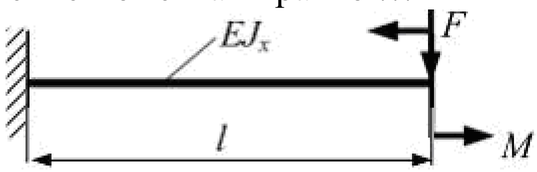
Задание 6.4.4: Стальная балка имеет два варианта расположения квадратного поперечного сечения. В первом случае она нагружается параллельно стороне квадрата. Во втором – в диагональной плоскости. Отношение прогибов v_1 / v_2 равно…



1) $\sqrt{2}/2$; 2) 0; 3) $\sqrt{2}$; 4) 1.

Решение: Верный ответ – 4). Поперечное сечение балки имеет четыре оси симметрии. Поэтому осевые моменты инерции поперечного сечения для любой оси, проходящей через центр тяжести, одинаковы и равны $I_1 = \dfrac{bh^3}{12} = \dfrac{a^3}{12} = I_2$, где a – сторона квадрата. Прогибы балок $v_1 = v_2 = \dfrac{Fl^3}{48EI_{1(2)}}$. Отношение прогибов $\dfrac{v_1}{v_2} = 1$.

Задание 6.4.5: Жесткость поперечного сечения балки на изгиб EJ_x по длине постоянна. Сила *F* размер *l* заданы. Прогиб свободного конца балки равен нулю, когда значение момента *M* равно …



1) $\dfrac{2}{3}Fl$; 2) Fl; 3) $\dfrac{1}{3}Fl$; 4) $\dfrac{4}{3}Fl$.

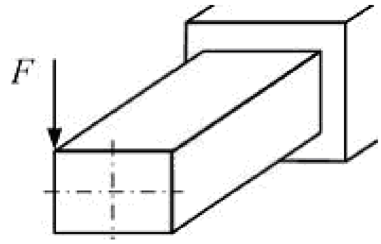
Решение:

Верный ответ – 1). Начало координат *zy* возьмем в заделке. Изгибающий момент в текущем сечении *z* равен: $M_x = -F(l-z) + M$. Составим дифференциальное уравнение упругой линии балки: $\dfrac{d^2w}{dz^2} = \dfrac{1}{EJ_x}(-F(l-z) + M)$. После двукратного интегрирования находим $w = \dfrac{1}{EJ_x}\left[-F\left(\dfrac{lz^2}{2} - \dfrac{z^3}{6}\right) + Mz^2\right] + C_1 z + C_2$. Постоянные интегрирования определим из граничных условий. В данной задаче $w(z=0) = 0$ и $w'(z=0) = 0$, откуда $C_1 = C_2 = 0$. Из условия, что прогиб свободного конца балки *(z=l)* равен нулю, найдем $M = \dfrac{2}{3}Fl$.

7. СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

7.1. Виды нагружения стержня

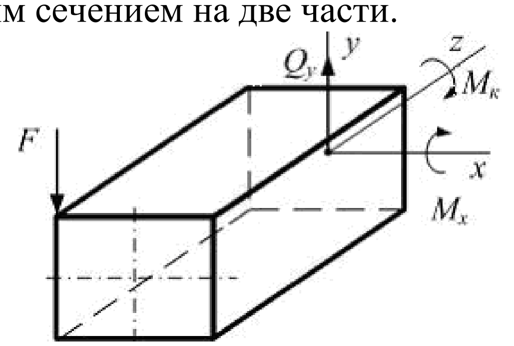
Задание 7.1.1: При данном нагружении стержень прямоугольного поперечного сечения испытывает…



1) кручение и плоский поперечный изгиб; 2) кручение и изгиб;

3) кручение; 4) плоский поперечный изгиб.

Решение: Верный ответ – 1). Используя метод сечений рассекаем стержень произвольным сечением на две части.



Отбросим часть стержня, где расположена заделка. Из условия равновесия оставшейся части следует, что в поперечном сечении отличны от нуля три внутренних силовых фактора: крутящий момент $M_к$, поперечная сила Q_y, изгибающий момент M_x.

Задание 7.1.2: При внецентренном растяжении (сжатии) стержня в поперечном сечении возникают …

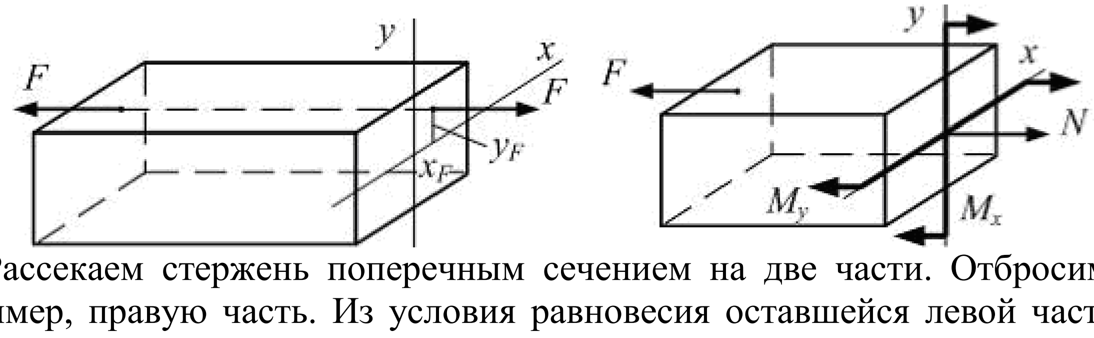
1) крутящий и изгибающий моменты;

2) поперечная сила и изгибающий момент;

3) продольная сила и крутящий момент;

4) продольная сила и изгибающий момент.

Решение: Верный ответ – 4). Стержень нагружен двумя равными и противоположно направленными силами *F*, линия действия которых параллельна оси стержня. Координаты точки приложения силы в системе главных центральных осей x_F и y_F.



Рассекаем стержень поперечным сечением на две части. Отбросим, например, правую часть. Из условия равновесия оставшейся левой части следует, что в поперечном сечении отличны от нуля два внутренних силовых фактора: продольная сила $N=F$ и изгибающий момент, который можно разложить на составляющие по координатам осям: $M_x = F \cdot y_F$ и $M_y = F \cdot x_F$.

Задание 7.1.3: Для вывода формул сложного сопротивления используется…

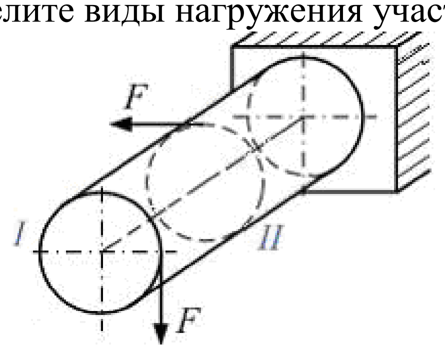
1) принцип независимости действия сил; 2) принцип Сен-Венана;

3) гипотеза о сплошности и однородности материала;

4) гипотеза о линейной зависимости между деформациями и нагрузками (закон Гука).

Решение: Верный ответ – 1). Для вывода формул сложного сопротивления используется принцип независимости действия сил: результат действия на тело системы сил равен сумме результатов действий каждой силы в отдельности.

Задание 7.1.4: Определите виды нагружения участков стержня.

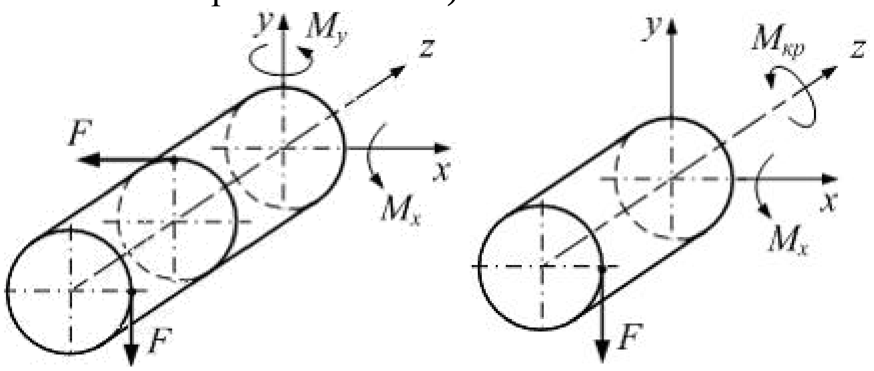


1) *I* и *II* – плоский изгиб с кручением; 2) *I* и *II* – плоский изгиб;

3) *I* – плоский изгиб с кручением, *II* – косой изгиб;

4) *I* – изгиб с кручением, *II* – плоский изгиб.

Решение: Верный ответ – 4).



Поперечные силы условно не показаны. $J_x = J_y$, поэтому косой изгиб на участке *II* можно свести к плоскому изгибу моментом $M_{из} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$. На участке *I* сила *F* вызывает деформацию – плоский изгиб с кручением. На участке *II* – плоский изгиб.

Задание 7.1.5: Любая комбинация простых деформаций стержня называется…

1) деформированным состоянием в точке; 2) косым изгибом;

3) сложным сопротивлением; 4) напряженным состоянием в точке.

Решение: Верный ответ – 3). На практике элементы конструкций подвергаются действию сил, вызывающих одновременно несколько простых деформаций. Валы машин подвергаются деформациям кручения и изгиба. Элементы различных систем испытывают изгиб и растяжение (сжатие). Все случаи, когда в стержне возникают комбинации простых деформаций, называются сложным сопротивлением.

Задание 7.1.6: Укажите вид нагружения стержня, при котором напряженное состояние в опасных точках можно считать линейным: *а)* внецентренное растяжение-сжатие; *б)* косой изгиб; *в)* изгиб с кручением; *г)* косой изгиб с сжатием.

1) во всех случаях; 2) только *а;* 3) только *в;* 4) только *а, б, г.*

Решение: Верный ответ – 4). Только *а, б, г.* При этом не учитывают, как правило, касательные напряжения от поперечных сил.

7.2. Пространственный и косой изгиб

Задание 7.2.1: При данном нагружении стержня (сила F лежит в плоскости xoy) максимальные нормальные напряжения возникают в точке…

1) D; 2) A; 3) C; 4) B.

Решение: Верный ответ – 4). Раскладываем силу F на составляющие по главным центральным осям x и y. В сечении, вблизи заделки, от сил F_x и F_y возникают изгибающие моменты M_x и M_y. Направление моментов показано на рисунке *а*.

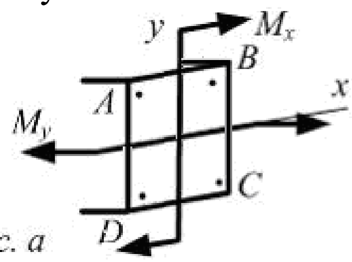


Рис. а

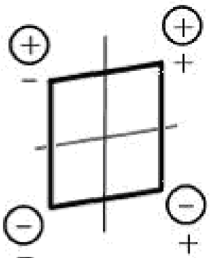


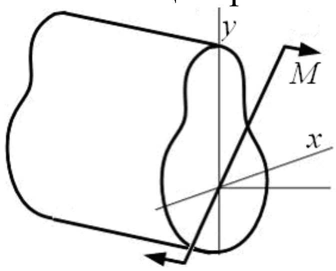
Рис. б

От изгибающего момента M_x верхняя часть стержня работает на растяжение, а нижняя – на сжатие. Знаки на рисунке *б* от момента M_x показаны в кружочке. От момента M_y правая половина сечения испытывает растяжение, левая – сжатие (знаки без кружка). Видно, что максимальные нормальные напряжения возникают в точке B. В точке D – минимальные нормальные напряжения.

Задание 7.2.2: Изгиб, при котором плоскость действия изгибающего момента не совпадает с главной осью сечения, называют________изгибом.

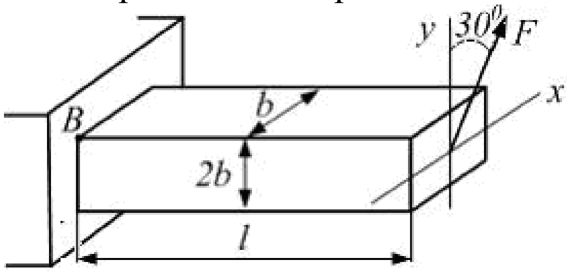
1) чистым; 2) поперечным; 3) плоским; 4) косым.

Решение: Верный ответ – 4). Рассмотрим поперечное сечение стержня. Пусть оси x и y являются главными центральными осями сечения.



Изгиб, при котором плоскость действия изгибающего момента не совпадает с главными осями сечения, называют косым изгибом.

Задание 7.2.3: Стержень прямоугольного сечения с размерами $b \times 2b$ нагружен как показано на схеме. Сила F, размеры b, l заданы. Сила F лежит в плоскости XOY. Нормальное напряжение в точке B равно …



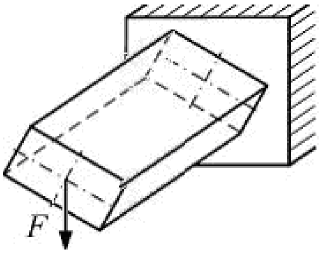
1) $-4{,}82\dfrac{Fl}{b^3}$; 2) $-0{,}2\dfrac{Fl}{b^3}$; 3) $2{,}8\dfrac{Fl}{b^3}$; 4) $0{,}2\dfrac{Fl}{b^3}$.

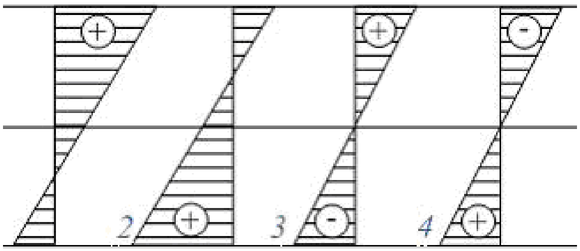
Решение: Верный ответ – 4). Нормальное напряжение в точке B определяется суммой напряжений, обусловленных изгибающими моментами M_x и M_y, возникающими в сечении, где расположена точка. Следовательно, $\sigma_B = -\dfrac{M_x}{J_x} y_B + \dfrac{M_y}{J_y} x_B$, где J_x, J_y – осевые моменты инерции сечения относительно главных центральных осей; x_B, y_B – координаты точки B в системе главных центральных осей по абсолютной величине. Знак «минус» показывает, что от действия изгибающего момента M_x в точке B возникает нормальное сжимающее напряжение. В данном случае

$M_x = Fl \cdot \cos 30^0$, $M_y = Fl \cdot \sin 30^0$, $J_x = \frac{b \cdot (2b)^3}{12}$, $J_y = \frac{2b \cdot b^3}{12}$, $y_B = b$,

$x_B = \frac{b}{2}$. Подставляя данные выражения в формулу, получаем $\sigma_B = 0{,}2 \frac{Fl}{b^3}$.

Задание 7.2.4: Представлены эпюры распределения нормальных напряжений в поперечном сечении стержня. Косому изгибу при заданном нагружении стержня соответствует эпюра…



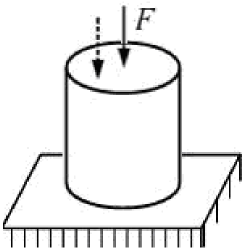


1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

Решение: Верный ответ – 3). Из физического представления о процессе изгиба ясно, что верхние слои стержня будут растягиваться, а нижние – сжиматься. Кроме того, при косом изгибе нейтральная линия проходит через центр тяжести поперечного сечения.

7.3. Изгиб с растяжением-сжатием

Задание 7.3.1: Прочность колонны при удалении точки приложения сжимающей силы от центра тяжести сечения …



1) увеличивается; 2) уменьшается; 3) не изменяется.

4) не изменяется, пока точка приложения сжимающей силы не вышла за пределы ядра сечения;

Решение: Верный ответ – 2). При удалении точки приложения силы от центра тяжести поперечного сечения наряду с продольной силой появляется изгибающий момент, что уменьшает прочность колонны.

Задание 7.3.2: При перемещении сжимающей силы от центра тяжести сечения нормальные напряжения в центре тяжести сечения…

1) уменьшаются; 2) равны нулю; 3) увеличиваются;

4) остаются неизменными.

Решение: Верный ответ – 4). При внецентренном растяжении (сжатии) нормальные напряжения в точке поперечного сечения с координатами *x, y* определяют по формуле $\sigma = \frac{F}{A} + \frac{F \cdot y_F}{J_x} y + \frac{F \cdot x_F}{J_y} x$, где x_F, y_F – координаты токи приложения сил в системе главных центральных осей; J_x, J_y – осевые моменты инерции сечения относительно главных центральных осей. Из анализа формулы видно, что нормальные напряжения в центре тяжести поперечного сечения (*x=0, y=0*) независимо от координат точки приложения силы x_F, y_F остаются неизменными и равны F / A.

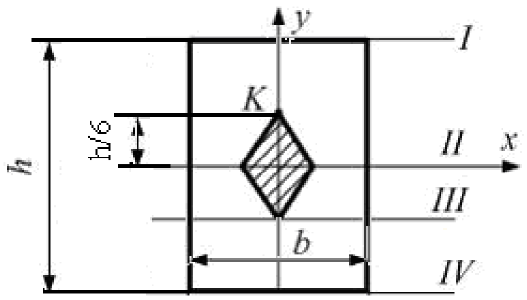
Задание 7.3.3: Область, расположенная вокруг центра тяжести поперечного сечения и обладающая тем свойством, что сила, приложенная перпендикулярно плоскости в любой ее точке, вызывает в сечении напряжения одного знака, называется…

1) эллипсом инерции; 2) зоной общей текучести;

3) зоной упрочнения; 4) ядром сечения.

Решение: Верный ответ – 4). При внецентренном растяжении-сжатии нейтральная линия может проходить через поперечное сечение, за его пределами или касаться контура сечения. При приложении силы в центре тяжести сечения нейтральная линия проходит в бесконечности, а напряжения в сечении будут одного знака и распределены равномерно. По мере удаления точки приложения силы от центра тяжести сечения нейтральная линия будет приближаться к сечению и при некотором положении силы коснется контура сечения. При таком положении нейтральной линии в сечении также будут напряжения одного знака. Если силу и далее удалять от центра тяжести сечения, то нейтральная линия пересечет сечение. В этом случае нормальные напряжения в сечении будут разных знаков: по одну сторону от нейтральной линии –растягивающими, по другую – сжимающими. Таким образом, существует некоторая область вокруг центра тяжести поперечного сечения, характеризующаяся следующим свойством. В случае, когда линия действия силы параллельна оси стержня и проходит через эту область или через ее границу, то в поперечном сечении возникают напряжения одного знака. Данная область называется ядром сечения.

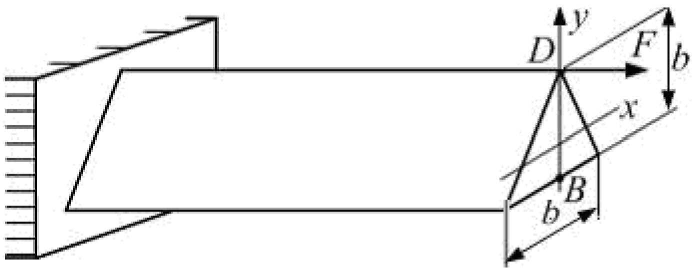
Задание 7.3.4: Сжимающая сила *F* приложена в точке *K* контура ядра сечения. Нейтральная линия занимает положение …



1) IV; 2) III; 3) II; 4) I.

Решение: Верный ответ – 1). В рассматриваемом случае в поперечном сечении стержня возникают: продольная сила $N=-F$; изгибающий момент $M_x = -F \cdot y_P = -F \cdot (h/6)$. Уравнение нейтральной линии имеет вид: $-\dfrac{F}{A} - \dfrac{F \cdot (h/6)}{J_x} \cdot y = 0$. Отсюда $y = -\dfrac{F}{A} \cdot \dfrac{J_x}{F \cdot (h/6)} = -\dfrac{F}{bh} \cdot \dfrac{bh^3 \cdot 6}{F \cdot 12 \cdot h} = -\dfrac{h}{2}$.

Задание 7.3.5: Отношение напряжений в точках D и B поперечного сечения стержня равно…



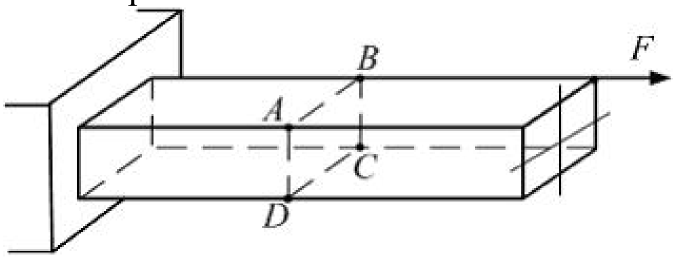
1) $\dfrac{\sigma_D}{\sigma_B} = -3$; 2) $\dfrac{\sigma_D}{\sigma_B} = 2$; 3) $\dfrac{\sigma_D}{\sigma_B} = 3$; 4) $\dfrac{\sigma_D}{\sigma_B} = 1$.

Решение: Верный ответ – 1). $N=F$, $M_x = F\dfrac{2}{3}b$, $A = \dfrac{b^2}{2}$, $J_x = \dfrac{bb^3}{36}$,

$\sigma_D = \dfrac{2F}{b^2} + \dfrac{F \cdot (2/3) \cdot b \cdot 36}{b^4}\dfrac{2}{3}b = \dfrac{18F}{b^2}$; $\sigma_B = \dfrac{2F}{b^2} - \dfrac{F(2/3) \cdot b \cdot 36}{b^4}\dfrac{1}{3}b = -\dfrac{6F}{b^2}$.

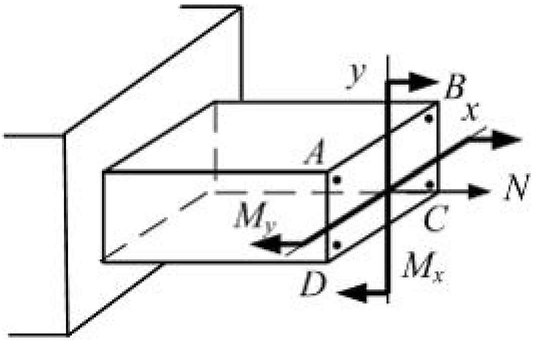
Итак, $\sigma_D / \sigma_B = -3$

Задание 7.3.6: Схема нагружения стержня показана на рисунке. Максимальное нормальное напряжение возникает в точке …



1) D; 2) B; 3) A; 4) C.

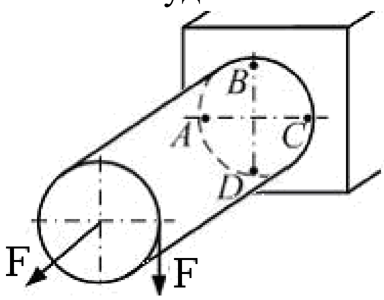
Решение: Верный ответ – 2). Стержень работает на внецентренное растяжение. В поперечном сечении действуют продольная сила N, изгибающие моменты M_x и M_y.



Продольная сила N вызывает деформацию растяжения во всех точках поперечного сечения. Изгибающий момент M_x растягивает верхние слои стержня, а нижние сжимает. Момент M_y вызывает деформацию растяжения правой половины сечения, сжатие – левой. Следовательно, максимальное нормальное напряжение возникает в точке B, которая расположена в первом квадранте и наиболее удалена от главных центральных осей.

7.4. Изгиб с кручением

Задание 7.4.1: Схема нагружения стержня круглого поперечного сечения показана на рисунке. Опасной будет точка …



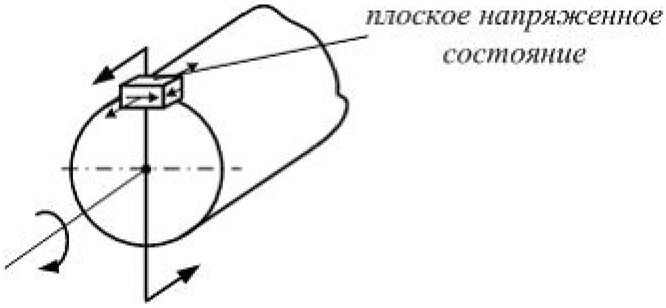
1) B; 2) C; 3) D; 4) A.

Решение: Верный ответ – 1). В сечении стержня, расположенном вблизи заделки, возникают три внутренних силовых фактора: продольная сила, изгибающий и крутящий моменты. От крутящего момента во всех указанных точках касательные напряжения одинаковы по величине. Продольная сила вызывает во всех точках деформацию растяжения. Изгибающий момент растягивает верхнюю половину поперечного сечения, а нижнюю сжимает. Следовательно, в точке B нормальные напряжения от продольной силы и изгибающего момента имеют одно направление. В точке D нормальные напряжения от продольной силы и изгибающего момента имеют противоположные направления. Из анализа следует, что опасной будет точка B.

Задание 7.4.2: Стержень работает на деформации изгиб и кручение. Напряженное состояние, которое возникает в опасной точке поперечного сечения круглого стержня, называется…

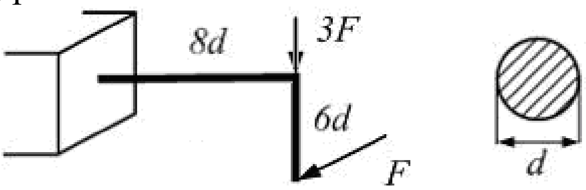
1) объемным; 2) линейным; 3) плоским; 4) двухосным сжатием.

Решение: Верный ответ – 3).



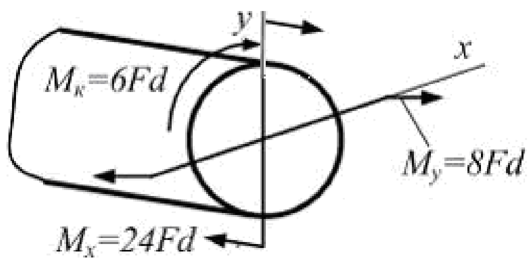
Если элементарный объем поворачивать вокруг нормали к внешней цилиндрической поверхности, то можно отыскать такое его положение, при котором касательные напряжения на его гранях будут равны нулю, а нормальные напряжения (главные напряжения) нулю равняться не будут. Так как нормальное напряжение по верхней грани (одно из главных напряжений) равно нулю, то напряженное состояние является плоским.

Задание 7.4.3: Стержень круглого сечения диаметром $d = 4см$ изготовлен из пластичного материала. Значение силы $F = 0{,}1\pi\, кН$. Эквивалентное напряжение в опасной точке стержня, по теории наибольших касательных напряжений, равно…



1) 520 МПа; 2) 50,6 МПа; 3) 52 МПа; 4) 520 кН/м^2.

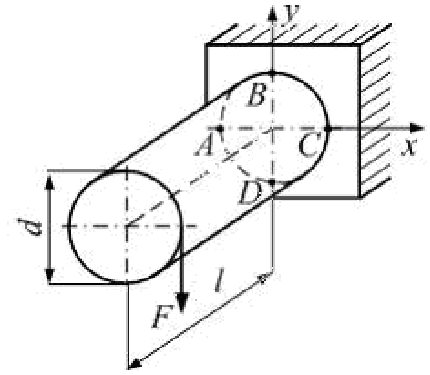
Решение: Верный ответ – 3). Опасное сечение при данном нагружении стержня будет у заделки. Влиянием поперечных сил пренебрегаем. Значения изгибающих моментов и крутящего момента в опасном сечении показаны на рисунке.



Используя теорию наибольших касательных напряжений, найдем эквивалентное напряжение в опасной точке: $\sigma_{эквIII} = \dfrac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_к^2}}{W_и}$ или

$\sigma_{эквIII} = \dfrac{\sqrt{24^2 + 8^2 + 6^2}}{\pi d^3 / 32} \cdot Fd = 832 \dfrac{F}{\pi d^2}$.После подстановки заданных значений F и d получим $\sigma_{эквIII} = 52 МПа$.

Задание 7.4.4: Материал стержня – сталь. Опасными точками в поперечном сечении стержня являются …



1) B и D; 2) C и A; 3) C и D; 4) A и D.

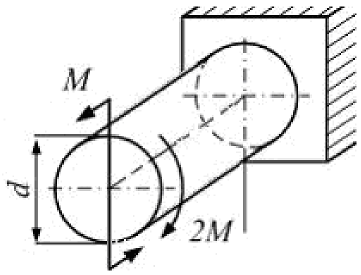
Решение: Верный ответ – 1). В опасном сечении (заделка) действует крутящий момент $M_{кр} = F \cdot d / 2$ и изгибающий момент $M_x = Fl$. Из теории кручения круглых стержней известно, что в опасных точках контура поперечного сечения касательные напряжения $\tau_{\max} = M_{кр} / W_P$. Наибольшие нормальные напряжения $\sigma_{\max} = M_x / W_x$ возникают в точках сечения стержня, наиболее удаленных от нейтральной оси x.

Задание 7.4.5: Стержень прямоугольного сечения испытывает деформации изгиба в двух плоскостях и кручение. Напряженное состояние, которое возникает в опасных точках, будет…

1) линейным и плоским; 2) плоским; 3) объемным; 4) линейным.

Решение: Верный ответ – 1). При оценке напряженного состояния в опасных точках прямоугольного сечения, когда он работает на деформации изгиба в двух плоскостях и кручение, проверяют три точки: угловую, в середине длинной и в середине короткой сторон. В угловой точке возникают только нормальные напряжения. Следовательно, напряженное состояние будет линейным. В точках, расположенных в середине длинной и короткой сторон, наряду с нормальными напряжениями появляются касательные. Поэтому в этих точках напряженное состояние будет плоским.

Задание 7.4.6: Наибольшая величина эквивалентного напряжения по теории наибольших касательных напряжений …



$1)\,\sigma^{III}_{экв} = \dfrac{96M}{\pi d^3}$; $2)\,\sigma^{III}_{экв} = \dfrac{32\sqrt{2}M}{\pi d^3}$; $3)\,\sigma^{III}_{экв} = \dfrac{16\sqrt{5}M}{\pi d^3}$; $4)\,\sigma^{III}_{экв} = \dfrac{32\sqrt{5}M}{\pi d^3}$.

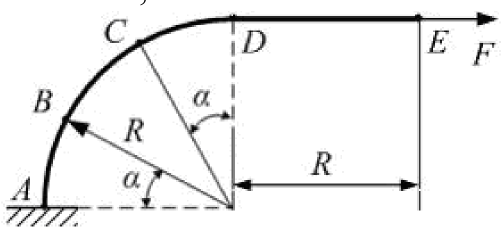
Решение: Верный ответ – 4). $M_и = M$; $M_{кр} = 2M$; $W_x = \pi d^3/32$.

$$\sigma^{III}_{экв} = \frac{M^{III}_{экв}}{W_x} = \frac{\sqrt{M_и^2 + M_{кр}^2}}{W_x}, \text{ тогда } \sigma^{III}_{экв} = \frac{32\sqrt{M^2 + 2M^2}}{\pi d^3} = \frac{32\sqrt{5}M}{\pi d^3}.$$

8. СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ СИСТЕМЫ.

8.1. Определение перемещений с помощью интегралов Мора. Правило Верещагина

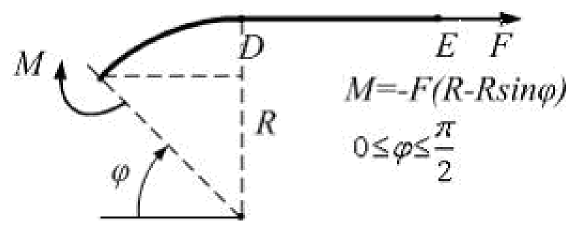
Задание 8.1.1: Для представленного на рисунке криволинейного стержня приведены выражения углов поворота сечений *B*, *C*, *D*, *E* соответственно. При их определении учтено только влияние изгибающего момента. Укажите неправильный ответ, если $\alpha = \pi/6$.



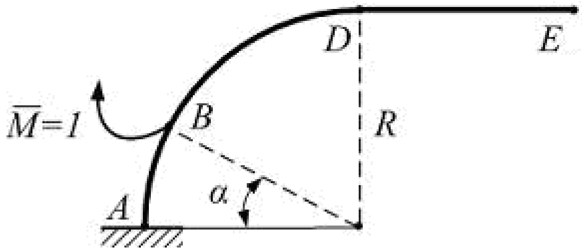
1) $\varphi_E = \dfrac{FR^2}{EJ}\dfrac{\pi}{2}$; 2) $\varphi_D = \dfrac{FR^2}{EJ}\left(\dfrac{\pi}{2} - 1\right)$; 3) $\varphi_B = \dfrac{FR^2}{EJ}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{\pi}{2} - 1\right)$;

4) $\varphi_C = \dfrac{FR^2}{EJ}\left(\dfrac{\pi}{3} - \dfrac{1}{2}\right)$.

Решение: Верный ответ – 1). Балка состоит из двух участков: *DE* – прямолинейный, *AD* – криволинейный. Для решения задачи используется интеграл Мора $\varphi = \int\limits_S \dfrac{M\overline{M}}{EJ} dS$, $dS = Rd\varphi$ – на криволинейном участке. На *DE* *M=0*, так как линия действия силы совпадает с *DE*. Таким образом, этот участок при решении задачи можно не учитывать. Составим выражение изгибающего момента на участке *AD*.



Для нахождения φ_B необходимо приложить единичный момент в сечении B и составить выражение $\overline{M}$ для участков AB и BD соответственно. На AB: $\overline{M} = -1$; на BD: $\overline{M} = 0$.



Таким образом, $\varphi_B = \int\limits_0^{\pi/6} \frac{F(R - R\sin\varphi)}{EJ} d\varphi$ или $\frac{FR^2}{EJ} \int\limits_0^{\pi/6} (1 - \sin\varphi) d\varphi =$ $= \frac{FR^2}{EJ} (\cos\varphi + \varphi) \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{FR^2}{EJ} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{6} \right) - \frac{FR^2}{EJ} = \frac{FR^2}{EJ} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{6} - 1 \right)$. Для нахождения φ_C в формуле $\frac{FR^2}{EJ} \int\limits_0^{\pi/6} (1 - \sin\varphi) d\varphi$ достаточно изменить пределы интегрирования, поскольку $\overline{M} \neq 0$ на участке AC.

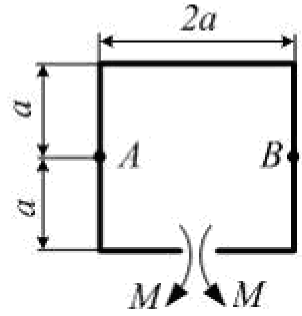
$$\varphi_C = \frac{FR^2}{EJ} (\cos\varphi + \varphi) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{FR^2}{EJ} \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{3} \right) - \frac{FR^2}{EJ} = \frac{FR^2}{EJ} \left(\frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} \right).$$

Для нахождения φ_D в формуле $\frac{FR^2}{EJ} \int\limits_0^{\pi/6} (1 - \sin\varphi) d\varphi$ достаточно изменить пределы интегрирования, поскольку $\overline{M} \neq 0$ на всем участке AD.

$$\varphi_D = \frac{FR^2}{EJ} (\cos\varphi + \varphi) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{FR^2}{EJ} \cdot \frac{\pi}{2} - \frac{FR^2}{EJ} = \frac{FR^2}{EJ} \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right)$$

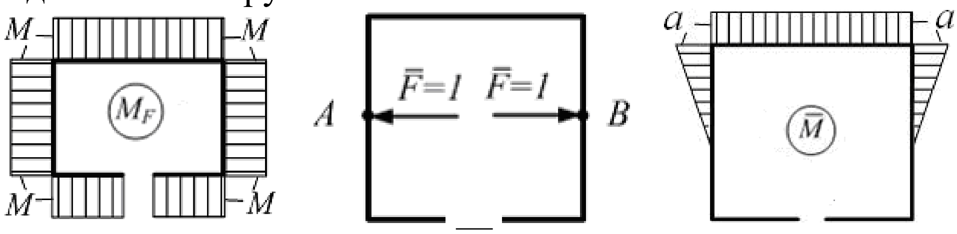
Поскольку для нахождения φ_E необходимо приложить единичный момент в т. E, то появится еще $\overline{M}$ на участке DE, однако M на этом участке равны нулю. В этой связи $\varphi_E = \varphi_D$.

Задание 8.1.2: Плоская рама нагружена, как показано на рисунке. Величины M, a, жесткость поперечного сечения на изгиб EJ заданы. Взаимное удаление сечений A и B равно…



1) $\dfrac{2Ma^2}{EJ}$; 2) $\dfrac{7}{3}\dfrac{Ma^2}{EJ}$; 3) $\dfrac{3Ma^2}{EJ}$; 4) $-\dfrac{3Ma^2}{EJ}$.

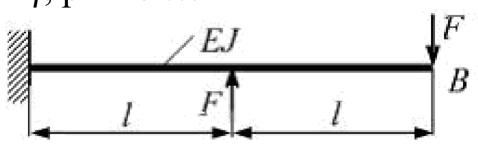
Решение: Верный ответ – 3). При вычислении интеграла Мора, воспользуемся способом Верещагина. Построим эпюру изгибающих моментов от внешних сил M_F. В сечении A и B приложим две равные и противоположно направленные единичные силы и построим эпюру изгибающих моментов от единичной нагрузки.



Перемножим эпюру M_F на эпюру $\overline{M}$, тогда

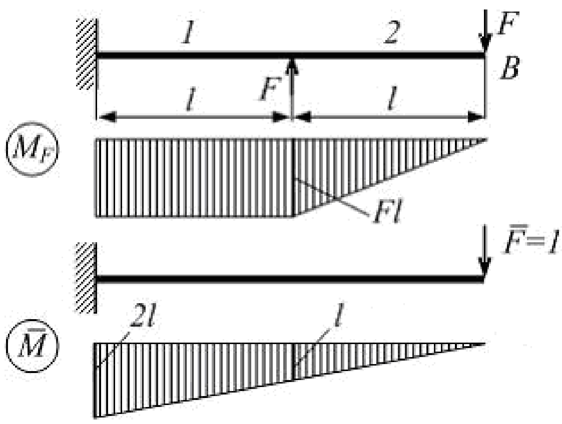
$$\delta_{A-B} = \frac{1}{EJ}\left[Ma \cdot \frac{1}{2}a + M\,2a \cdot a + Ma \cdot \frac{1}{2}a\right] = \frac{3Ma^2}{EJ}.$$

Задание 8.1.3: Жесткость поперечного сечения на изгиб EJ по длине балки постоянна. Размер l задан. Значение силы F , при которой прогиб концевого сечения B будет f, равно …



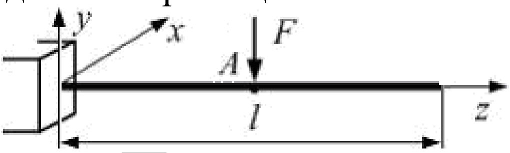
1) $\dfrac{6}{13}\dfrac{EJ}{l^3}\cdot f$; 2) $\dfrac{3}{4}\dfrac{EJ}{l^3}\cdot f$; 3) $\dfrac{6}{11}\dfrac{EJ}{l^3}\cdot f$; 4) $\dfrac{3}{5}\dfrac{EJ}{l^3}\cdot f$.

Решение: Верный ответ – 3). При определении перемещения сечения B используем интеграл Мора, который вычислим по способу Верещагина. Обозначим участки балки индексами «1» и «2». Построим эпюру изгибающих моментов от внешних сил (эпюра построена на сжатом слое). К концевому сечению балки прикладываем единичную силу и строим эпюру изгибающих моментов от единичной силы.



Используя способ Верещагина, перемножим эпюры M_F и $\overline{M}$: $\delta_B = \dfrac{1}{EJ}\left(\dfrac{1}{2}Fl \cdot l \cdot \dfrac{2}{3}l + Fl \cdot l \cdot \dfrac{3}{2}l\right) = \dfrac{11}{6}\dfrac{Fl^3}{EJ}$. Из условия, что прогиб концевого сечения B равен f, находим значение силы: $F = \dfrac{6}{11}\dfrac{EJ}{l^3} \cdot f$.

Задание 8.1.4: Для балки, изображенной на рисунке, требуется определить абсолютное перемещение сечения A. Выражение … позволит наиболее точно определить данное перемещение.



1) $\delta_A = \int\limits_l \dfrac{M_y \overline{M_y}}{EJ_y}dz + \int\limits_l \dfrac{k_y Q_y \overline{Q_y}}{GA}dz$; 2) $\delta_A = \int\limits_l \dfrac{M_x \overline{M_x}}{EJ_x}dz + \int\limits_l \dfrac{k_y Q_y \overline{Q_y}}{GA}dz$;

3) $\delta_A = \int\limits_l \dfrac{M_y \overline{M_y}}{EJ_y}dz + \int\limits_l \dfrac{M_z \overline{M_z}}{EJ_z}dz + \int\limits_l \dfrac{N\overline{N}}{EA}dz + \int\limits_l \dfrac{k_x Q_x \overline{Q_x}}{GA}dz + \int\limits_l \dfrac{k_y Q_y \overline{Q_y}}{GA}dz$;

4) $\delta_A = \int\limits_l \dfrac{M_y \overline{M_y}}{EJ_y}dz + \int\limits_l \dfrac{k_x Q_x \overline{Q_x}}{GA}dz$.

Решение: Верный ответ – 2). Данный случай нагружения соответствует случаю поперечного изгиба. Это означает, что внутренними силовыми факторами, оказывающими влияние на величину потенциальной энергии деформации, будут изгибающий момент (M_x) и поперечная сила (Q_y). Остальные внутренние силовые факторы равны нулю. Представленное выражение учитывает их (M_x; Q_y) совместное влияние и является правильным.

8.2. Статическая неопределимость. Степень статической неопределимости

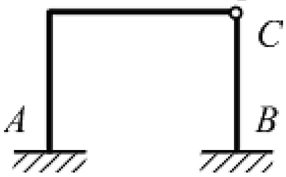
Задание 8.2.1: Число связей, при котором достигается кинематическая неизменяемость системы, носит название_______ связей.

1) дополнительных; 2) внутренних;

3) необходимого числа; 4) внешних.

Решение: Верный ответ – 3). Положение жесткого тела в пространстве определяется шестью координатами, или, иначе, шестью степенями свободы. Следовательно, если на тело наложить определенным образом шесть связей, то положение его в пространстве будет определено полностью и система становится кинематически неизменяемой.

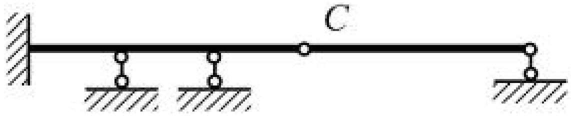
Задание 8.2.2: Степень статической неопределимости плоской рамы…



1) 0; 2) 2; 3) 3; 4) 1.

Решение: Верный ответ – 2). Предположим, что шарнир отсутствует, тогда рама имеет три дополнительные внешние связи. Добавление в систему шарнира снимает одну связь (разрешает взаимный поворот сечения).

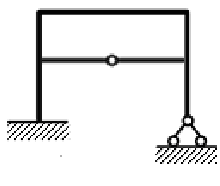
Задание 8.2.3: Степень статической неопределимости балки равна …



1) 3; 2) 1; 3) 2; 4) 0.

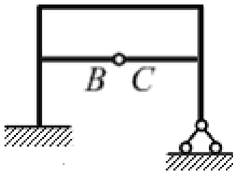
Решение: Верный ответ – 3). Предположим, что шарнир *C* отсутствует, тогда балка имеет три дополнительные внешние связи, то есть три раза статически неопределима. Так как шарнир снимает одну связь, данная система является два раза статически неопределимой.

Задание 8.2.4: Число дополнительных внутренних связей, наложенных на систему, равно …



1) 5; 2) 1; 3) 3; 4) 2.

Решение: Верный ответ – 4). Под внутренними связями понимаются ограничения, накладываемые на взаимные смещения элементов системы. Под внешними связями понимают условия, запрещающие абсолютные перемещения некоторых точек системы. Заделка в плоской системе накладывает три внешние связи, шарнирно-неподвижная опора – две. На систему кроме внешних связей наложены две дополнительные внутренние связи, например, запрещающие взаимное вертикальное и горизонтальное смещения сечений B и C.



Задание 8.2.5: Степень статической неопределимости для плоского замкнутого контура равна…

1) 2; 2) 3; 3) 1; 4) 4.

Решение: Верный ответ – 2). В поперечном сечении плоского замкнутого контура имеют место три внутренние связи. Они запрещают взаимные два линейных перемещения и одно угловое двух сторон сечения.

Задание 8.2.6: Выберите **неправильное** определение понятия степени статической неопределимости.

1) Количество дополнительных внутренних и внешних связей;

2) Количество внешних и внутренних связей, наложенных на систему сверх необходимых.;

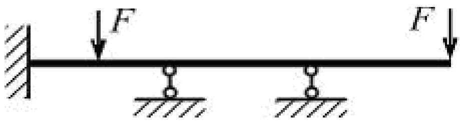
3) Количество дополнительных внутренних связей, наложенных на систему сверх необходимого для достижения ее кинематической неизменяемости.

4) Разница между числом неизвестных (реакций опор и внутренних силовых факторов) и числом независимых уравнений статики, которые могут быть составлены для рассматриваемой системы.

Решение: Верный ответ – 3). Неправильное определение: количество дополнительных внутренних связей, наложенных на систему сверх необходимого для достижения ее кинематической неизменяемости. Данное определение является неверным в силу следующих причин. Статически определимая система – это такая система, для которой все реакции опор могут быть определены с помощью уравнений равновесия, а затем методом сечений могут быть найдены внутренние силовые факторы в любом поперечном сечении. Статически неопределимая система – это система, для которой определение внешних реакций, а затем всех внутренних силовых факторов невозможно с помощью уравнений равновесия. Разница между числом неизвестных реакций и внутренних силовых факторов и числом независимых уравнений статики, составленных для данной системы, называется степенью статической неопределимости.

8.3. Метод сил

Задание 8.3.1: Число канонических уравнений, которое нужно составить и решить для раскрытия статической неопределимости, равно…



1) 4;   2) 2;   3) 1;   4) 3.

Решение: Верный ответ – 2). Степень статической неопределимости для плоской системы можно определить по формуле $S = k - 3$, где 3 – число независимых уравнений статики; k – число связей, наложенных на систему. Применительно к данной задаче имеем: $S=5\text{-}3=2$. Следовательно, при решении задачи методом сил надо отбросить две дополнительные связи и ввести две неизвестные силы. Число канонических уравнений в методе сил равно степени статической неопределимости системы, то есть равно двум.

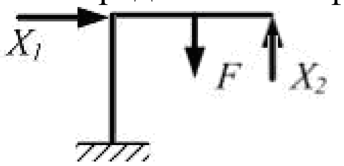
Задание 8.3.2: Система, освобожденная от дополнительных связей, статически определимая и кинематически неизменяемая, носит название…

1) системы с определенным числом степеней свободы;

2) расчетной схемы; 3) эквивалентной системы; 4) основной системы.

Решение: Верный ответ – 4). При раскрытии статической неопределимости стержневых, рамных систем используют, например, метод сил. Он заключается в том, что заданная статически неопределимая система освобождается от дополнительных связей, как внешних, так и внутренних, а их действие заменяется силами и моментами. Их величина в дальнейшем подбирается из условий, чтобы перемещения сечений соответствовали тем ограничениям, которые были наложены на систему отброшенными связями. Следовательно, раскрытие статической неопределимости любой системы методом сил начинается с отбрасывания лишних связей, оставшиеся связи должны обеспечивать кинематическую неизменяемость системы.

Задание 8.3.3: Для плоской статически неопределенной рамы выбрана основная система метода сил и записаны канонические уравнения. **Неправильным** является определение коэффициентов канонических уравнений..



$$\delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \Delta_{1F} = 0$$
$$\delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \Delta_{2F} = 0$$

1) δ_{22}– это перемещение по направлению силы X_2 под действием единичной силы, заменяющей силу X_2;

2) δ_{21}– это перемещение по направлению силы X_2 под действием единичной силы, заменяющей силу X_1;

3) δ_{12}– это перемещение по направлению силы X_1 под действием единичной силы, заменяющей силу X_2;

4) Δ_{2F} – это перемещение по направлению силы X_2 под действием единичной силы, заменяющей силу F.

Решение: Верный ответ – 4). Согласно идее метода сил коэффициенты δ_{ij}, входящие в канонические уравнения, представляют собой перемещения. δ_{ij} – это перемещение по направлению X_i под действием единичного фактора, заменяющего X_j. Δ_{2F} – это перемещение по направлению силы X_2 под действием силы F, а не под действием единичной силы, заменяющей силу F. Таким образом, данное определения ошибочно.

Задание 8.3.4: Система канонических уравнений имеет вид $\delta_{ik} \cdot X_k + \Delta_{iF} = 0$. Произведение $\delta_{ik} \cdot X_k$ – это перемещение по направлению …

1) k-го силового фактора от внешних сил;

2) i-го силового фактора под действием единичной силы, заменяющей k-й фактор;

3) i-го силового фактора от заданной внешней нагрузки;

4) i-го силового фактора от неизвестной k-ой силы.

Решение: Верный ответ – 4). На основании принципа независимости действия сил перемещение в направлении i-ой неизвестной силы равно сумме перемещений от действия всех неизвестных сил, внешней нагрузки и равно нулю, т.е. $\delta_i[X_1, X_2, X_3, ...F] = \delta_{iX_1} + \delta_{iX_2} + ... + \delta_{iF} = 0$. Каждое перемещение пропорционально соответствующей силе, поэтому величину $\delta_{iX_к}$ можно записать в виде $\delta_{iX_к} = \delta_{ik} \cdot X_K$.

Задание 8.3.5: Для заданной статически неопределимой балки представлены четыре варианта основной системы метода сил. **Неправильный** ответ соответствует варианту...

1) 

; 2) 

;

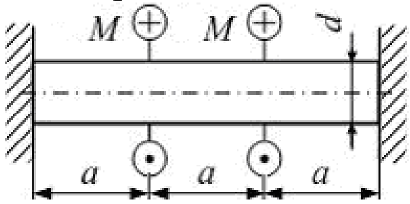
3) 

; 4) 

Решение: Верный ответ – 4). Данная балка является два раза статически неопределимой системой. На нее наложены шесть связей (необходимых четыре). Таким образом, дополнительных связей две. Удаление двух связей (удаление опоры B и превращение жесткой заделки в шарнирно-неподвижную опору) превращает систему в кинематически изменяемую.

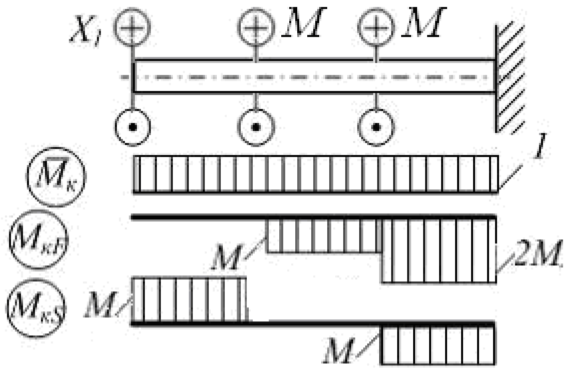
8.4. Расчет простейших статически неопределимых систем

Задание 8.4.1: Стержень круглого сечения диаметром d работает на кручение. Модуль сдвига материала G, размер a, значение M заданы. Наибольшее касательное напряжение равно…



1) $\dfrac{48M}{\pi d^3}$; 2) $\dfrac{16M}{3\pi d^3}$; 3) $\dfrac{32M}{\pi d^3}$; 4) $\dfrac{16M}{\pi d^3}$.

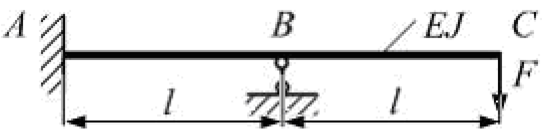
Решение: Верный ответ – 4). При решении задачи используем метод сил. Отбросим дополнительную связь, например, в опоре A. Действие отброшенной связи заменим неизвестным моментом X_1. Составим каноническое уравнение метода сил $\delta_{11}X_1 + \Delta_{1F} = 0$. Коэффициенты канонического уравнения найдем используя интеграл Мора, который вычислим по способу Верещагина. Построим эпюры крутящих моментов от единичного момента и от заданных внешних. Далее эти эпюры используем для определения коэффициентов δ_{11} и Δ_{1F}.



$$\delta_{11} = \frac{1}{GJ_P}(1 \cdot 3a \cdot 1) = \frac{3a}{GJ_P};\ \Delta_{1A} = \frac{1}{GJ_p}(-Ma \cdot 1 - 2Ma \cdot 1) = -\frac{3Ma}{GJ_p}$$

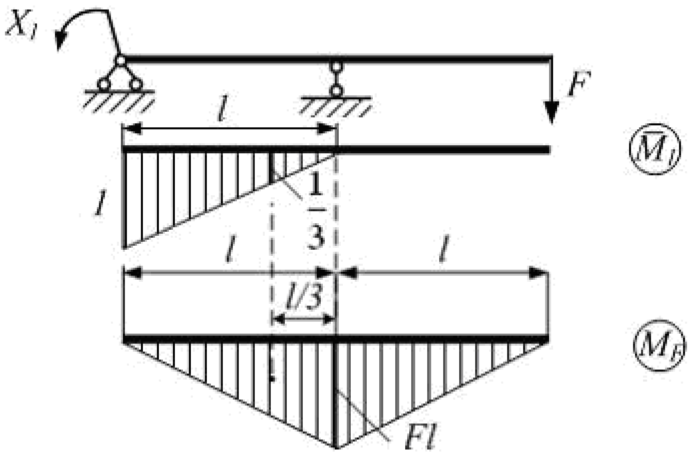
Из канонического уравнения получим $X_1=M$. Построим суммарную эпюру крутящих моментов. Наибольшее касательное напряжение при кручении стержня с круглым поперечным сечением определяется по формуле $\tau_{\max} = \left(\dfrac{M_к}{W_p}\right)_{\max}$. Для данной схемы нагружения $\tau_{\max} = \dfrac{16M}{\pi d^3}$.

Задание 8.4.2: Если $l=1$м, $F=1$кН, величина момента в заделке A…



1) $1кН \cdot м$; 2) 0; 3) $250Н \cdot м$; 4) $500Н \cdot м$.

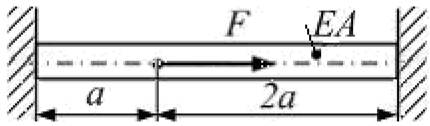
Решение: Верный ответ – 4). Система один раз статически неопределима. «Отбрасываем» одну связь (превращаем заделку в шарнирно-неподвижную опору), прикладываем вместо отброшенной связи момент X_1 и составляем каноническое уравнение метода сил $\delta_{11}X_1 + \Delta_{1F} = 0$, $X_1 = -\dfrac{\Delta_{1F}}{\delta_{11}}$ - искомый момент в заделке A.



Для определения коэффициентов канонических уравнений строим единичную $\overline{M_1}$ и грузовую M_F эпюры: $\Delta_{1F} = \dfrac{1}{EJ}\left(\dfrac{1}{2}l \cdot Fl \cdot \dfrac{1}{3}\right) = \dfrac{Fl^2}{6EJ}$;

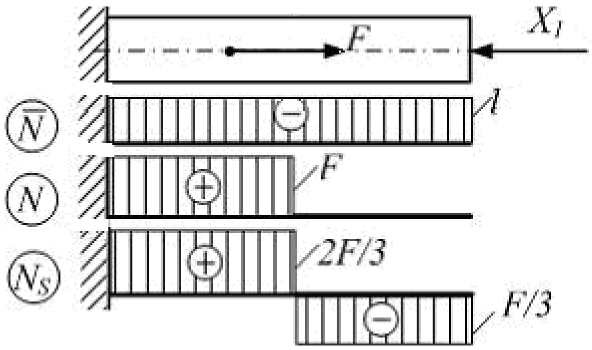
$\delta_{11} = \dfrac{1}{EJ}\left(\dfrac{1}{2}1 \cdot l \cdot \dfrac{2}{3}\right) = \dfrac{l}{3EJ}$; $M_A = X_1 = -\dfrac{Fl^2}{6EJ} \cdot \dfrac{3EJ}{l} = -\dfrac{Fl}{2} = -500Н \cdot м$. Знак «-» означает, что момент X_1 направлен по часовой стрелке.

Задание 8.4.3: Стержень нагружен силой F. Модуль упругости материала E, площадь поперечного сечения A, размер a известны. Наибольшее нормальное напряжение равно…



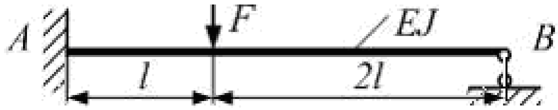
1) $\dfrac{1}{3}\dfrac{F}{A}$; 2) $\dfrac{2}{3}\dfrac{F}{A}$; 3) $\dfrac{1}{2}\dfrac{F}{A}$; 4) $\dfrac{F}{A}$.

Решение: Верный ответ – 2). Выбираем основную систему метода сил. Отбросим, например, дополнительную связь в опоре C и заменим ее действие неизвестной силой X_1. Составим каноническое уравнение $\delta_{11}X_1 + \Delta_{1F} = 0$.



При определении коэффициентов канонического уравнения используем интеграл Мора, который вычислим по способу Верещагина, предварительно построив эпюры продольных сил от единичной и заданной внешней нагрузки. $\delta_{11} = \frac{1}{EA}(1 \cdot 3a \cdot 1) = \frac{3a}{EA}$, $\Delta_{1F} = -\frac{1}{EA}(F \cdot a \cdot 1) = -\frac{Fa}{EA}$, $X_1 = \frac{1}{3}F$. Построив суммарную эпюру продольных сил, получим наибольшее нормальное напряжение равно $\sigma = \frac{2}{3}\frac{F}{A}$.

Задание 8.4.4: Для балки, представленной на рисунке, реакция опоры B равна…

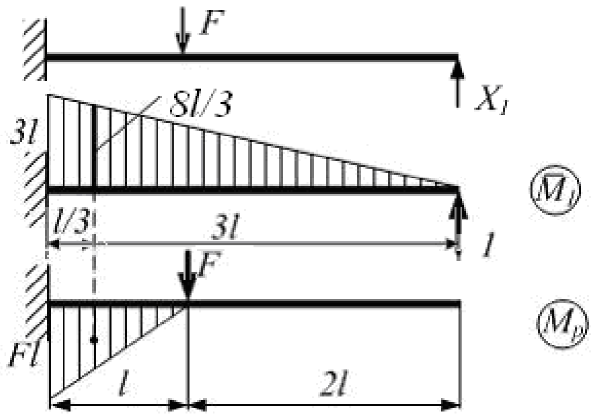


1) $\frac{2}{9}F$; 2) $\frac{4}{27}F$; 3) 0; 4) $\frac{8}{27}F$.

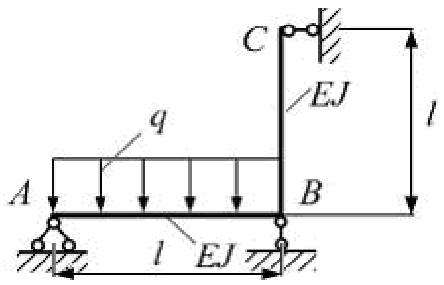
Решение: Верный ответ – 2). Выбираем основную систему метода сил, отбрасываем дополнительную связь (опору B) и заменяем ее действие реакцией X_1. Записываем каноническое уравнение, $\delta_{11}X_1 + \Delta_{1F} = 0$ откуда $X_1 = -\frac{\Delta_{1F}}{\delta_{11}}$. Определяем коэффициенты канонического уравнения.

$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2} \cdot 3l \cdot 3l \cdot 2l\right) = \frac{9l^3}{EJ}; \quad \Delta_{1F} = -\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}Fl \cdot l \cdot \frac{8}{3}l\right) = -\frac{4}{3}\frac{Fl^3}{EJ};$$

$$X_1 = \frac{\Delta_{1F}}{\delta_{11}} = \frac{4Fl^3}{3EJ} \cdot \frac{EJ}{9l^3} = \frac{4F}{27}.$$



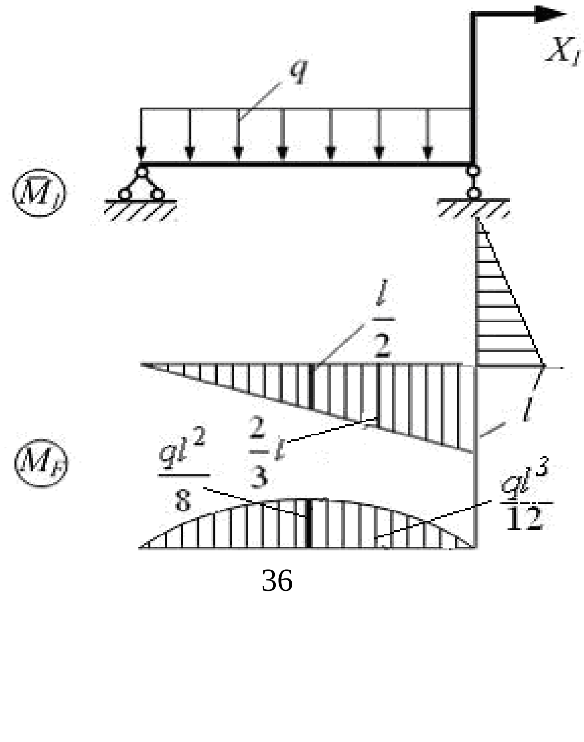
Задание 8.4.5: Если $q = 10H/м$, $l = 1м$, реакция опоры C для представленной плоской рамы равна …



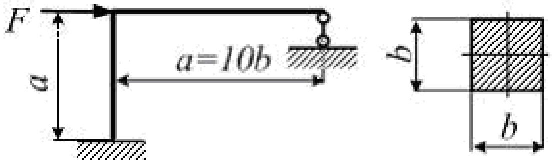
1) $5/10(H)$; 2) $-5/8(H)$; 3) $5/8(H)$; 4) $5/4(H)$.

Решение: Верный ответ – 3). Для нахождения неизвестной реакции R_C выбираем основную систему метода сил удалением опоры C и записываем каноническое уравнение $\delta_{11}X_1 + \Delta_{1F} = 0$, откуда $X_1 = -\Delta_{1F}/\delta_{11}$. Для расчета коэффициентов канонических уравнений строим единичную и грузовые эпюры $\delta_{11} = \frac{2}{EJ}\left(\frac{1}{2}l^2 \cdot \frac{2}{3}l\right) = \frac{4}{3}\frac{Fl^3}{EJ}$; $\Delta_{1F} = -\frac{1}{EJ}\left(\frac{ql^3}{12} \cdot \frac{l}{2}\right) = -\frac{ql^4}{24EJ}$;

$$X_1 = \frac{ql^4}{24EJ} \cdot \frac{3EJ}{2l^3} = \frac{ql}{16} = \frac{10 \cdot 1}{16} = \frac{5}{8}H.$$



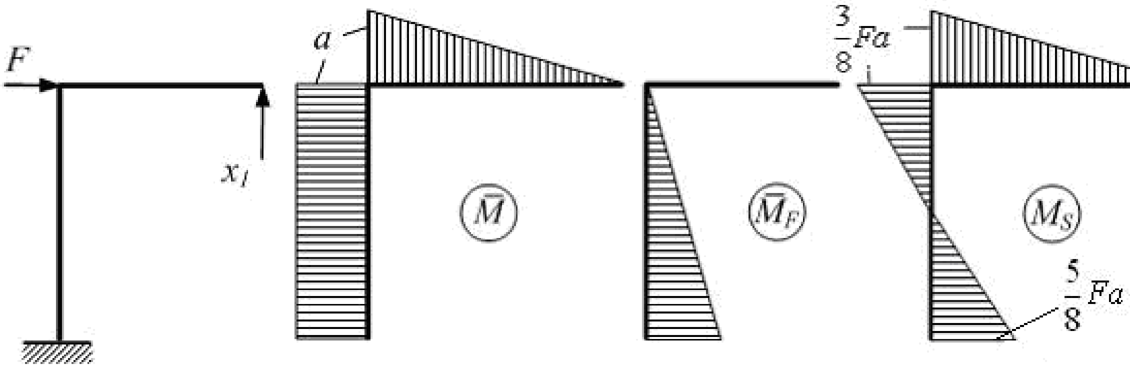
Задание 8.4.6: Поперечное сечение плоской рамы − квадрат. Модуль упругости материала E, значение силы F, размер b заданы. Наибольшее нормальное напряжение в раме равно… (Влиянием продольной силы пренебречь)



1) $\dfrac{75}{4}\dfrac{F}{b^2}$; 2) $\dfrac{75}{2}\dfrac{F}{b^2}$; 3) $\dfrac{45}{2}\dfrac{F}{b^2}$; 4) $75\dfrac{F}{b^2}$.

Решение: Верный ответ – 2). Система один раз статически неопределима. Выбираем основную систему, отбрасывая шарнирно-подвижную опору. Действие удаленной связи заменяем неизвестной силой X_1. Составим каноническое уравнение: $\delta_{11}X_1 + \Delta_{1F} = 0$. Пренебрегая сдвигом и растяжением стержней, определим коэффициенты канонического уравнения, которые представляют перемещения в рассматриваемой системе. При определении перемещений используем интеграл Мора, который вычислим по способу Верещагина. Построим эпюры изгибающих моментов от единичной силы ($\overline{X_1} = 1$) и заданной внешней нагрузки. Используя правила перемножения эпюр, находим: $\delta_{11} = \dfrac{1}{EJ}\left(\dfrac{1}{2}\cdot a\cdot a\dfrac{2}{3}a + a\cdot a\cdot a\right) = \dfrac{4}{3}\dfrac{a^3}{EJ}$,

$$\Delta_{1F} = \frac{1}{EJ}\left(-\frac{1}{2}Fa\cdot a\cdot a\right) = -\frac{Fa^3}{2EJ}$$



Из канонического уравнения получим $X_1 = \dfrac{3}{8}F$. Построив суммарную эпюру изгибающих моментов, рассматривая силу X_1 как внешнюю заданную нагрузку. При определении наибольших нормальных напряжений не учитываем влияние продольной силы в стойке рамы. Тогда

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{(5Fa)/8}{b^3/6} = \frac{75}{2}\frac{F}{b^2} .$$

9. УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

9.1. Устойчивое и неустойчивое упругое равновесие. Критическая сила. Критическое напряжение. Гибкость стержня

Задание 9.1.1: Свойство системы сохранять свое состояние при внешних воздействиях называется…

1) жесткостью; 2) твердостью; 3) упругостью; 4) устойчивостью.

Решение: Верный ответ – 4). Пусть на прямолинейный стержень действует сжимающая сила *F*. При определенном значении силы стержень не может сохранять прямолинейную форму и неминуемо изогнется, как показано на рисунке.

Задание 9.1.2: Критическая сила сжатого стержня – …

1) наименьшее значение осевой сжимающей силы, при которой напряжения достигают допускаемой величины;

2) наименьшее значение осевой сжимающей силы, способной удержать стержень в изогнутом состоянии;

3) значение осевой сжимающей силы, превышение которой вызывает отклонение от закона Гука;

4) величина осевой сжимающей силы, при которой происходит существенный рост деформаций без заметного увеличения самой силы;

Решение: Верный ответ – 2). Под критической силой сжатого стержня понимается наименьшее значение осевой сжимающей силы, способной удержать стержень в изогнутом состоянии.

Задание 9.1.3: Стержень круглого сечения диаметром *d=4см* нагружен внешней силой *F*. Модуль упругости материала $E = 2 \cdot 10^5\,МПа$, длина *l=2м*. Значение критического напряжения равно… (Принять $\pi^2 \approx 10$)

1) 12,5 МПа; 2) 50 МПа; 3) 200 МПа; 4) 25 МПа.

Решение: Верный ответ – 2). Формула для определения критического напряжения имеет вид $\sigma_{кр} = \dfrac{\pi^2 E}{\lambda^2}$ где *E* – модуль упругости материала, λ – гибкость стержня. Величина λ определяется по формуле $\lambda = \dfrac{\mu l}{i_{\min}}$. В данной задаче $\mu = 1$, $l = 2м$, $i_{\min} = 1см$, тогда $\lambda = 200$. Подставим значения E и λ в выражение $\sigma_{кр}$, тогда $\sigma_{кр} = 50МПа$.

Задание 9.1.4: На рисунках показаны схемы нагружения стержня силой *F*. Стержень может потерять устойчивость на рисунке …

1) 

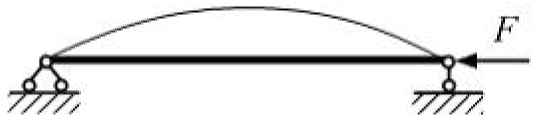
; 2) 

;
3) 

; 4) 

.

Решение: Верный ответ – 2). Потеря устойчивости – это переход от одной формы равновесия к другой. Это возможно только для случая на рисунке 2, если сила *F* превысит критическое значение. Для случаев 1, 3, 4 форма стержня при увеличении силы *F* остается неизменной.



Задание 9.1.5: Формула для определения гибкости стержня длиной *l*…

1) $\dfrac{1}{i_{\min}}$; 2) $\dfrac{(\mu l)^2 F}{J_{\min}}$; 3) $\dfrac{\mu l}{i_{\min}}$; 4) $\dfrac{\mu l}{J_{\min}}$.

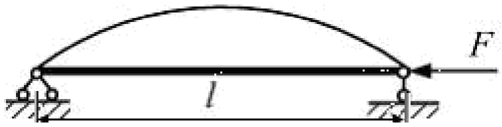
Решение: Верный ответ – 3). Гибкость стержня длиной *l* определяется по формуле $\lambda = \dfrac{\mu l}{i_{\min}}$. Здесь *l* – длина стержня; $i_{\min} = \sqrt{\dfrac{J_{\min}}{A}}$ – минимальный радиус инерции поперечного сечения стержня; *A* – площадь поперечного сечения; $J_{\min}$ – минимальный момент инерции площади поперечного сечения стержня; $\mu = \dfrac{1}{n}$ – коэффициент приведения длины, *n* – это число полуволн синусоиды, получающейся из упругой линии стержня в пределах его длины *l*.

Задание 9.1.6: Число, показывающее, во сколько раз следует изменить длину шарнирно-опертого стержня, чтобы критическая сила для него равнялась критической силе стержня длиной *l* при рассматриваемых условиях закрепления, называется коэффициентом …

1) масштабного фактора; 2) динамичности;

3) запаса на устойчивость; 4) приведения длины.

Решение: Верный ответ – 4). При потере устойчивости стержня длиной *l*, шарнирно-закрепленного по концам, изгиб происходит по полуволне синусоиды. Значение критической силы, при напряжениях не превышающих предел пропорциональности, определяется по формуле $F_{кр} = \dfrac{\pi^2 E J_{\min}}{l^2}$



Учитывая особенности упругой линии, можно распространить полученное решение и на другие случаи закрепления стержня. Пусть стержень на одном конце жестко закреплен, на другом свободен. Упругую линию стержня путем зеркального отображения относительно заделки легко привести к упругой линии шарнирно-закрепленного стержня.

Из рисунка видно, что критическая сила для стержня длиной l, защемленного одним концом, равна критической силе шарнирно закрепленного стержня длиной $2l$. Следовательно, в рассматриваемом примере $F_{кр} = \pi^2 EJ_{\min}/(2l)^2$. Анализируя другие варианты закрепления стержня и обобщая полученные формулы, можно получить общее выражение для определения критической силы сжатого стержня: $F_{кр} = \pi^2 EJ_{\min}/(\mu l)^2$, где μ – коэффициентом приведения длины; это число, показывающее, во сколько раз следует изменить длину шарнирно-опертого стержня, чтобы критическая сила для него равнялась критической силе стержня длиной l при рассматриваемых условиях закрепления.

9.2. Формула Эйлера для критической силы сжатого стержня и пределы ее применимости

Задание 9.2.1: Стержни изготовлены из одного материала, имеют одинаковую длину, размеры и форму поперечного сечения. Критическая сила имеет наибольшее значение для стержня, показанного на рисунке… При решении учитывайте, что напряжения в стержнях не превышают предел пропорциональности.

1) 

; 2) 

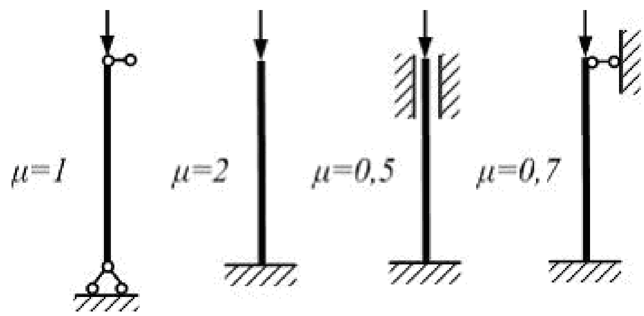
;

3) 

; 4) 

.

Решение: Верный ответ – 3). Формула для определения критической силы при различных вариантах закрепления сжатого стержня имеет вид $F_{кр} = \dfrac{\pi^2 EJ_{\min}}{(\mu l)^2}$, где μ – коэффициент приведения длины, учитывающий условия опирания стержня. На рисунке показано несколько видов закрепления стержня и значения коэффициента μ.



Подставим значение коэффициента приведения длины в выражение для определения критической силы. Из сопоставления значений $F_{кр}$ видно, что наибольшее значение будет для стержня на рис. *3)*.

Задание 9.2.2: Граница применимости обобщенной формулы Эйлера $F_{кр} = \pi^2 EJ_{\min} /(\mu l)^2$ определяется...

1) величиной жесткости поперечного сечении стержня на изгиб *(EJ)*;

2) физико-механическими свойствами материала стержня;

3) неравенством $\sigma_{кр} \geq \sigma_{пц}$; 4) неравенством $\sigma_{пц} \leq \sigma_{кр} \leq \sigma_{тс}$.

Решение: Верный ответ – 2). Известно, что применимость формулы Эйлера ограничена неравенством $\sigma_{кр} \leq \sigma_{пц}$, $\dfrac{\pi^2 EJ_{\min}}{(\mu l)^2 \cdot A} \leq \sigma_{пц}$, или $\dfrac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_{пц}$,

здесь $\lambda = \dfrac{\mu l}{\sqrt{J_{\min} / F}}$. Тогда минимальное значение гибкости $\lambda_{\min} = \pi \sqrt{E / \sigma_{пц}}$, где E – модуль упругости, $\sigma_{пц}$ – предел пропорциональности. Таким образом, граница применимости формулы Эйлера определяется физико-механическими свойствами материала.

Задание 9.2.3: Стержень круглого сечения диаметром d нагружен силой F. При увеличении диаметра в два раза значение критической силы увеличится в ________ раз (-а). При решении учитывайте, что нормальные напряжения в стержне не превышают предела пропорциональности.

1) 16; 2) 8; 3) 2; 4) 32.

Решение: Верный ответ – 1). Выражение критической силы сжатого стержня имеет вид $F_{кр} = \pi^2 EJ_{\min} /(\mu l)^2$. При изменении размеров поперечного сечения $F_{кр}$ зависит от минимального значения осевого момента инерции сечения $J_{\min}$. При значении диаметра равного d, получим $J_{\min} = \pi d^4 / 64$. С увеличением диаметра стержня в два раза имеем $J_{\min} = \pi (2d)^4 / 64$. Следовательно, значение критической силы увеличится в 16 раз.

Задание 9.2.4: Использование формулы Эйлера является корректным при выполнении неравенства …

1) $\lambda > \pi\sqrt{E/\sigma_m}$; 2) $\lambda < \pi\sqrt{E/\sigma_m}$; 3) $\lambda < \pi\sqrt{E/\sigma_{пц}}$; 4) $\lambda > \pi\sqrt{E/\sigma_{пц}}$.

Решение: Верный ответ – 4). Формула Эйлера $F_{кр} = \dfrac{\pi^2 EJ_{\min}}{(\mu l)^2}$ получена в предположении, что нормальное напряжение в стержне, в момент потери устойчивости, не превышает предела пропорциональности: $\sigma_{кр} = \dfrac{F_{кр}}{A} = \dfrac{\pi^2 EJ_{\min}}{(\mu l)^2 \cdot A} = \dfrac{\pi^2 E i_{\min}^2}{(\mu l)^2} = \dfrac{\pi^2 E}{\lambda^2} < \sigma_{пц}$, $i_{\min} = \sqrt{\dfrac{J_{\min}}{A}}$, $\lambda = \dfrac{\mu l}{i_{\min}}$, где $i_{\min}$ – минимальный радиус инерции поперечного сечения стержня; λ – гибкость стержня. Таким образом, $\lambda > \pi\sqrt{E/\sigma_{пц}}$.

9.3. Влияние условий закрепления концов стержня на величину критической силы

Задание 9.3.1: Одинаковые стержни закреплены, как показано на рисунках. Гибкость будет наименьшей для стержня…

1) 

; 2) 

;

3) 

; 4) 

.

Решение: Верный ответ – 3). Гибкость сжатого стержня определяется по формуле $\lambda = \dfrac{\mu l}{i_{\min}}$. При прочих равных условиях она зависит от условий закрепления стержня (коэффициента приведения длины μ). Наименьшее значение коэффициента $\mu = 0{,}5$ будет для стержня на рисунке 3).

Задание 9.3.2: Коэффициент приведения длины сжатого стержня зависит от…

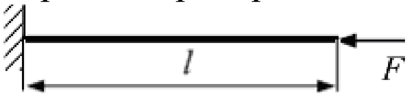
1) модуля упругости материала стержня;

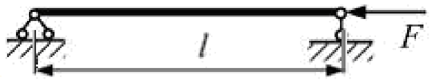
2) площади поперечного сечения стержня;

3) длины стержня; 4) условий закрепления стержня.

Решение: Верный ответ – 4). Для расчета стержней на устойчивость используется обобщенная формула Эйлера: $F_{кр} = \pi^2 EJ_{\min}/(\mu l)^2$. Здесь $\mu = 1/n$ – коэффициент приведения длины (число, показывающее, во сколько раз следует изменить длину шарнирно опертого стержня, чтобы критическая сила для него была равна критической силе стержня длиной l при рассматриваемых условиях закрепления), n – число полуволн упругой линии изогнутого стержня при данных условиях закрепления.

Задание 9.3.3: На рисунке показаны два варианта закрепления одинаковых стержней. Отношение значений критических напряжений $\sigma_{кр}^{(1)} / \sigma_{кр}^{(2)}$ равно … (При решении учитывайте, что напряжения в стержнях не превышают предела пропорциональности).

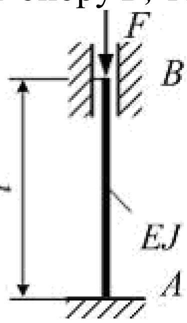
1) 

; 2) 

1) 1; 2) 1/2; 3) 1/4; 4) 4.

Решение: Верный ответ – 3). Формула для определения критического напряжения, если напряжения в стержне не превышают предела пропорциональности, имеет вид $\sigma_{кр} = \pi^2 E / \lambda^2$, где $\lambda = \mu l / i_{\min}$. Следовательно, для одинаковых стержней значения критических напряжений зависят от коэффициента приведения длины μ. В первом варианте закрепления стержня $\mu = 2$, во втором $\mu = 1$. Тогда $\sigma_{кр}^{(1)} / \sigma_{кр}^{(2)} = 1/4$.

Задание 9.3.4: Если удалить опору *B,* то величина критической силы...



1) уменьшится в 4 раза; 2) уменьшится в 2 раза;

3) уменьшится в 16 раз; 4) не изменится.

Решение: Верный ответ – 3). Величина критической силы определяется с помощью обобщенной формулы Эйлера $F_{кр} = \pi^2 EJ_{\min} / (\mu l)^2$. Для схемы с опорой *B* форма потери устойчивости изображена штриховой линией на рис. 1. В этом случае коэффициент приведения длины $\mu = 1/n = 1/2$. Здесь n – это число полуволн упругой линии изогнутого стержня при данных условиях закрепления. Тогда $F_{кр} = \pi^2 EJ_{\min} / l^2$. Для схемы без опоры *B* форма потери устойчивости изображена штриховой линией на рис. 2.

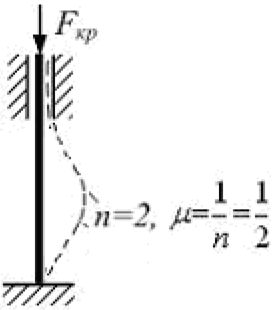


Рис. 1

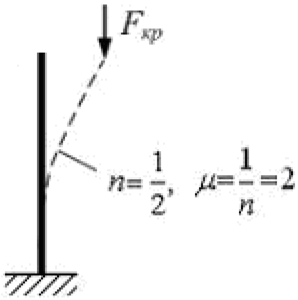
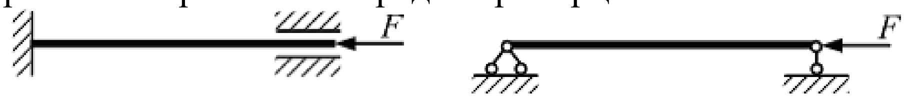


Рис. 2

В этом случае коэффициент приведения длины $\mu = 1/n = 2$. Тогда $F_{кр} = \pi^2 EJ_{\min}/(2l)^2$. Сопоставив выражения первого и второго случаев можно сделать вывод об уменьшении критической силы в 16 раз.

Задание 9.3.5: При замене жестких закреплений стержня на шарнирные, значение критической силы… При решении учитывайте, что напряжения в стержнях не превышают предел пропорциональности.



1) увеличится в 4 раза; 2) уменьшится в 8 раз;

3) уменьшится в 2 раза; 4) уменьшится в 4 раза.

Решение: Верный ответ – 4). Формула для определения критической силы сжатого стержня записывается в виде $F_{кр} = \pi^2 EJ_{\min}/(\mu l)^2$. При прочих равных условиях значение $F_{кр}$ зависит от условий закрепления стержня, т.е. от коэффициента приведения длины μ. В первом варианте значение $\mu = 0{,}5$, во втором $\mu = 1$. Следовательно, при замене жестких закреплений стержня на шарнирные значение $F_{кр}$ уменьшится в 4 раза.

Задание 9.3.6: При установке шарнирно-подвижной опоры в середине длины стержня *АВ* критическая сила…

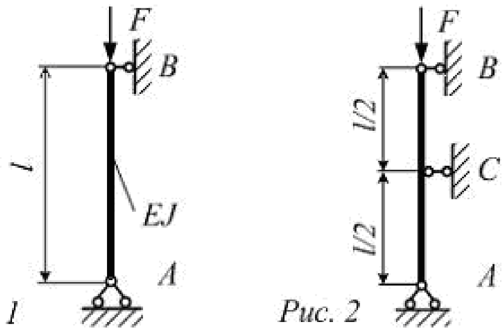


Рис. 1 *Рис. 2*

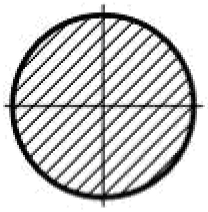
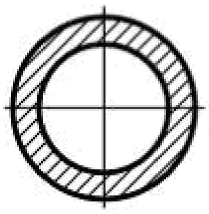
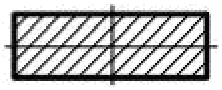
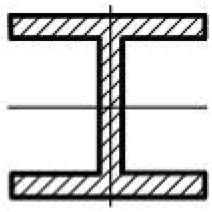
1) увеличится в 2 раза; 2) увеличится в 4 раза;

3) увеличится в 16 раз; 4) не изменится.

Решение: Верный ответ – 2). Величина критической силы определяется формулой $F_{кр} = \pi^2 EJ_{\min}/(\mu l)^2$. Для стержня *АВ* без промежуточной опоры (рис. 1) коэффициент приведения длины $\mu = 1$, тогда $F_{кр} = \pi^2 EJ_{\min}/l^2$. Для стержня *АВ* с промежуточной опорой *С* (рис. 2) $\mu = 1/n = 1/2$. Здесь n - число полуволн упругой линии изогнутого стержня. При данных условиях закрепления $F_{кр} = \pi^2 EJ_{\min}/(1/2)^2 = 4\pi^2 EJ_{\min}/l^2$. Сопоставив выражения первого и второго случаев можно сделать вывод, что добавление промежуточной опоры *С* увеличивает значение критической силы в 4 раза.

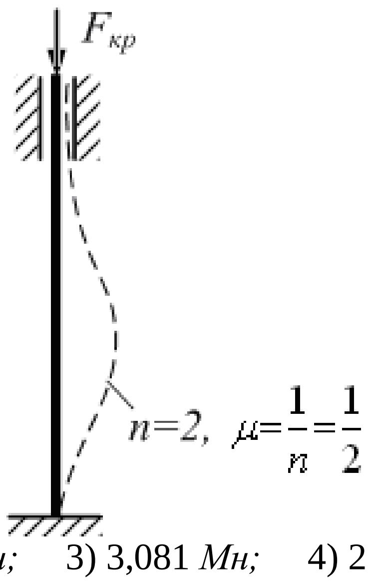
9.4. Устойчивость за пределом пропорциональности. Расчет сжатых стержней

Задание 9.4.1: Условия закрепления стержня одинаковы во всех плоскостях, проходящих через его ось. Варианты поперечных сечений, которые имеют одинаковую площадь, показаны на рисунках. Наиболее рациональной, с точки зрения устойчивости, будет форма поперечного сечения, представленная на рисунке…

1)  ; 2)  ; 3)  ; 4)  .

Решение: Верный ответ – 2). При проектировании поперечных сечений сжатых стержней необходимо, чтобы главные моменты инерции сечения были по возможности одинаковыми. Этому критерию удовлетворяют круглые, квадратные, трубчатые сечения. С экономической точки зрения, наиболее рациональной будет форма поперечного сечения, при которой величина наименьшего радиуса инерции сечения при заданной площади является наибольшей. Этому требованию удовлетворяют трубчатые, коробчатые сечения.

Задание 9.4.2: Стальной стержень длиной $l = 1{,}6\,м$ закреплен, как показано на рисунке. Площадь поперечного сечения $A = 10^{-2}\,м^2$, минимальный момент инерции поперечного сечения $J_{\min} = 10^{-6}\,м^4$, модуль упругости материала стержня $E = 200\,ГПа$, предел пропорциональности $\sigma_{пц} = 200\,МПа$, предел текучести $\sigma_т = 240\,МПа$. Значение критической силы для стержня равно…



1) 2,188 *Мн;* 2) 2,4 *Мн;* 3) 3,081 *Мн;* 4) 2,188 *Кн;*

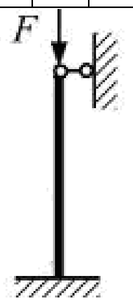
Решение: Верный ответ – 1). Определяем гибкость данного стержня $\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{0,5 \cdot 1,6}{10^{-2}} = 80$, где $\mu = \frac{1}{n} = \frac{1}{2}$, n – количество полуволн упругой линии изогнутого стержня. $i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{10^{-6}}{10^{-2}}} = 10^{-2}\,м$. Используем формулу Ясинского $F_{кр} = \sigma_{кр} \cdot A = (310 - 1{,}14 \cdot 80) \cdot 10^{-2} = 2{,}188$ *Мн.*

Задание 9.4.3: Длина стержня $l = 2м$. Поперечное сечение – квадрат со стороной $a = 0{,}1м$. Допускаемое напряжение на сжатие $[\sigma]_{сж} = 200МПа$. Допускаемое напряжение на устойчивость равно… Коэффициент снижения допускаемого напряжения взять из таблицы 1.

Таблица 1

Зависимость коэффициента снижения допускаемого напряжения φ от гибкости стержня λ.

λ	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
φ	1	0,99	0,96	0,94	0,92	0,89	0,86	0,81	0,75	0,69	0,60	0,52	0,45	0,40	0,36	0,32	0,29	0,26	0,23	0,21	0,19



1) 100 МПа; 2) 220 МПа; 3) 180 МПа; 4) 160 МПа.

Решение: Верный ответ – 3). Коэффициент приведения длины для данной схемы закрепления $\mu = 0{,}7$. Производим расчет гибкости $\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}$.

Здесь $i_{\min}$ – радиус инерции сечения $i_{\min} = \sqrt{J_{\min} / A}$, A – площадь поперечного сечения стержня. $A = a \cdot a = 10^{-2}\,м^2$. $J_{\min}$ – минимальный момент инерции поперечного сечения стержня. $J_{\min} = a^4 / 12 = 8{,}333 \cdot 10^{-6}$. $i_{\min} = \sqrt{\frac{8{,}333 \cdot 10^{-6}}{10^{-2}}} = 10^{-2}\sqrt{8{,}333} = 2{,}89 \cdot 10^{-2}\,м$. $\lambda = \frac{0{,}7 \cdot 2}{2{,}89 \cdot 10^{-2}} = 48{,}4$. По таблице находим коэффициент снижения допускаемого напряжения $\varphi = 0{,}9$. Тогда $[\sigma]_y = \varphi[\sigma]_{сж} = 180МПа$.

Задание 9.4.4: Допускаемое напряжение на устойчивость связано с допускаемым напряжением на сжатие зависимостью $[\sigma]_y = \varphi[\sigma]_{сж}$. Коэффициент пропорциональности φ называется …

1) коэффициентом запаса на устойчивость;
2) теоретическим коэффициентом концентрации напряжений;
3) коэффициентом приведения длины;
4) коэффициентом снижения основного допускаемого напряжения.

Решение: Верный ответ – 4). Для сжатых стержней необходимо выполнить две проверки: – на прочность: $\sigma = \dfrac{F}{A} \le [\sigma]$, где $[\sigma] = \dfrac{\sigma_{пред}}{n}$; – на устойчивость: $\sigma = \dfrac{F}{A} \le [\sigma]_y$, где $[\sigma]_y = \dfrac{\sigma_{кр}}{n_y}$. Чтобы установить связь между допускаемым напряжением на устойчивость $[\sigma]_y$ и допускаемым напряжением на прочность $[\sigma]$, возьмем их отношение: $\dfrac{[\sigma]_y}{[\sigma]} = \dfrac{\sigma_{кр}}{n_y} \cdot \dfrac{n}{\sigma_{пред}}$, или $[\sigma]_y = \dfrac{\sigma_{кр}}{\sigma_{пред}} \cdot \dfrac{n}{n_y} \cdot [\sigma]$ Обозначим $\varphi = \dfrac{\sigma_{кр}}{\sigma_{пред}} \cdot \dfrac{n}{n_y}$, тогда $[\sigma]_y = \varphi[\sigma]$, где φ - коэффициент снижения основного допускаемого напряжения.

Задание 9.4.5: Материал стержня − сталь 3 (модуль упругости $E = 200 ГПа$, предел пропорциональности $\sigma_{пц} = 200 МПа$, предел текучести $\sigma_т = 240 МПа$). Формула Ясинского $\sigma_{кр} = 310 - 1{,}14 \cdot \lambda \;\; МПа$ применима при значениях…

1) $\lambda \ge 80$; 2) $\lambda \ge 120$; 3) $\lambda \ge 100$; 4) $61 \le \lambda \ge 100$.

Решение: Верный ответ – 4). Определяем предельное значение гибкости $\lambda_{пред} = \pi\sqrt{\dfrac{E}{\sigma_{пц}}} = \pi\sqrt{\dfrac{2 \cdot 10^{11}}{2 \cdot 10^8}} = \pi\sqrt{10^3} \approx 100$. Определим гибкость λ_0 $\sigma_т = 310 - 1{,}14 \cdot \lambda_0 \;\; МПа$, откуда $\lambda_0 \approx 61$. Следовательно, формула Ясинского применима при значениях $61 \le \lambda \ge 100$.

Задание 9.4.6: График зависимости критического напряжения от гибкости, когда напряжение в стержне не превышает предела пропорциональности, имеет вид…

1) прямой; 2) квадратной параболы; 3) синусоиды; 4) гиперболы.

Решение: Верный ответ – 4). Критическое напряжение $\sigma_{кр}$ связано с гибкостью стержня λ уравнением $\sigma_{кр} = \dfrac{\pi^3 E}{\lambda^2}$, где E – модуль упругости материала. График зависимости $\sigma_{кр}$ от λ имеет вид гиперболы и называется обычно гиперболой Эйлера.

10. СОПРОТИВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИМ И ПЕРИОДИЧЕСКИ МЕНЯЮЩИМСЯ ВО ВРЕМЕНИ НАГРУЗКАМ

10.1. Расчёт на прочность с учетом сил инерции

Задание 10.1.1: Тело движется ускоренно. Для того чтобы динамическую задачу свести к статической, к телу необходимо приложить…

1) реактивные силы и силы инерции;

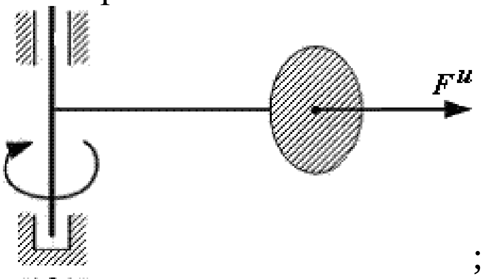
2) активные силы, реактивные силы и силы инерции;

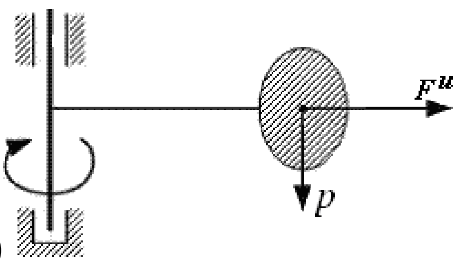
3) активные и реактивные силы; 4) активные силы и силы инерции;

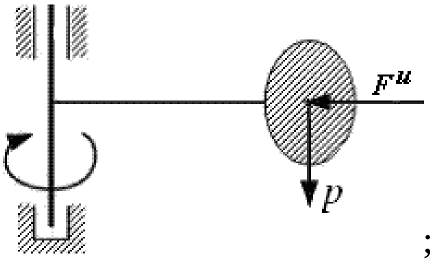
Решение: Верный ответ – 2). Согласно принципа Даламбера, если в каждый момент времени к фактически действующим на точку силам $\overline{F}^e, \overline{F}^i$ (активным силам и реакциям связей) прибавить силу инерции $\overline{F}^u$, то полученная система сил будет уравновешенной, т.е. будет

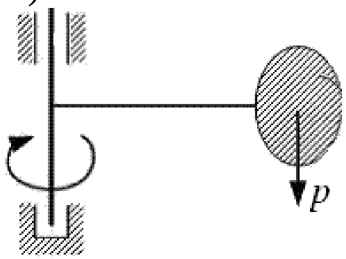
$$\overline{F}^e + \overline{F}^i + \overline{F}^u = 0$$

Задание 10.1.2: Груз весом Р равномерно вращается вокруг оси О. Правильной расчётной силовой схемой является схема на рисунке…

1) 

; 2) 

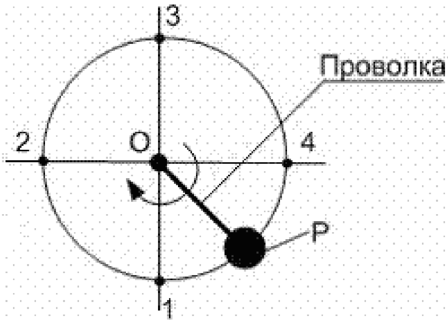
3) 

; 4) 

.

Решение: Верный ответ – 2). В силовой схеме нужно задать все силы действующие на элементы конструкции. В данном случае это сила инерции груза $F^u = m\omega^2 a$, где m – масса груза, a – расстояние от груза до оси вращения, ω - частота вращения груза; и сила тяжести P.

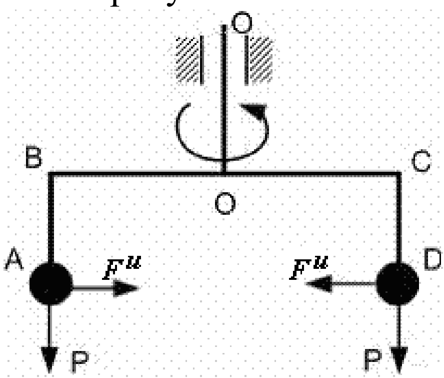
Задание 10.1.3: Тело весом Р равномерно вращается в вертикальной плоскости вокруг оси, проходящей через тоску О. Напряжения в проволоке будут максимальными, когда тело находится в положении…

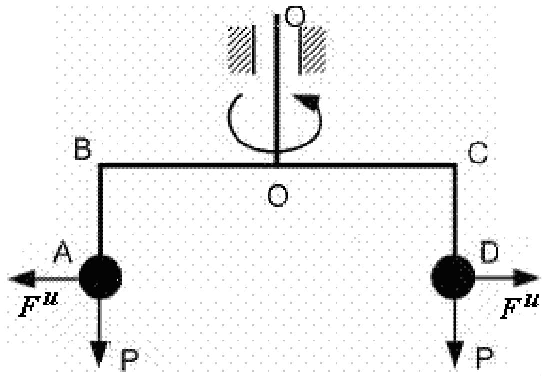


1) 1;   2) 3;   3) 4;   4) 2.

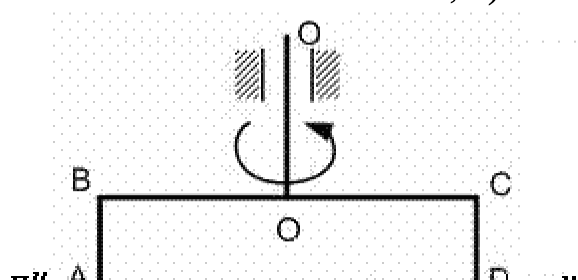
Решение: Верный ответ – 1). Максимальное напряжение складывается из статического напряжения (от действия силы тяжести) и динамического напряжения (от действия силы инерции). Так как статическое напряжение будет максимальным (растягивающим) в точке 1, следовательно полное напряжение в этой точке тоже будет максимальным.

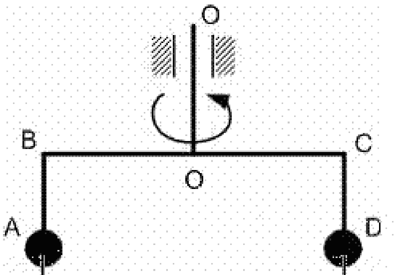
Задание 10.1.4: Ломаный стержень ABCD с грузом Р равномерно вращается вокруг оси О – О. Правильной силовой расчетной схемой является схема на рисунке…

1) 

; 2) 

;

3) 

; 4) 

.

Решение: Верный ответ – 2). В силовой схеме нужно задать все силы действующие на элементы конструкции. В данном случае это сила инерции груза $F^u = m\omega^2 a$, где m – масса груза, a – расстояние от груза до оси вращения, ω - частота вращения груза; и сила тяжести P.

Задание 10.1.5: Принцип Даламбера формулируется следующим образом…

1) силы инерции, приложенные к телу, движущемуся ускоренно, образуют систему сил, которая удовлетворяет уравнениям равновесия статики;

2) результат действия системы сил равен сумме результатов действий каждой силы в отдельности;

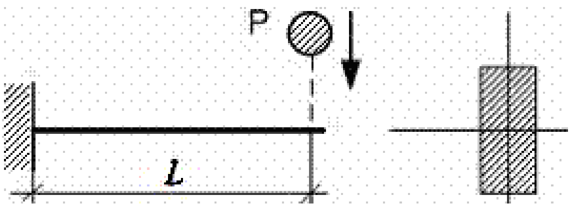
3) если к активным и реактивным силам, действующим на тело, которое движется ускоренно, добавить силы инерции, то полученная система сил будет самоуравновешенной и должна удовлетворять уравнениям равновесия статики.

4) напряжения и перемещения в сечениях, удаленных от места приложения внешних сил, не зависят от способа приложения нагрузки.

Решение: Верный ответ – 3). Если в любой момент времени к каждой из точек системы, кроме фактически действующих на ней внешних и внутренних сил, приложить соответствующие силы инерции, то полученная система сил будет находиться в равновесии и к ней можно будет применять все уравнения статики

10.2. Прочность при ударных нагрузках

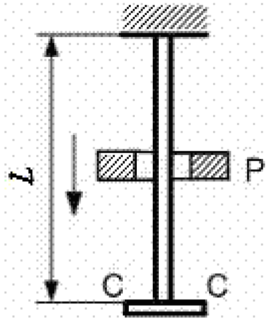
Задание 10.2.1: По концевому сечению балки производится удар грузом Р. Максимальное динамическое напряжение в балке определяется по формуле…



$$1)\,\sigma_{Д}^{\max}=\frac{2PL}{W_{из}}K_{Д};\; 2)\,\sigma_{Д}^{\max}=\frac{PL}{W_{из}}K_{Д};\; 3)\,\sigma_{Д}^{\max}=\frac{2PL}{W_{из}K_{Д}};\; 4)\,\sigma_{Д}^{\max}=\frac{PL}{W_{из}K_{Д}}.$$

Решение: Верный ответ – 2). Условие прочности при ударных нагрузках имеет вид $\sigma_{Д}^{\max}=\sigma_{\max}^{ст}K_{Д}\le[\sigma]$, где $\sigma_{\max}^{ст}$ - максимальное статическое напряжение $\sigma_{\max}^{ст}=\frac{M_{\max}}{W_{из}}=\frac{PL}{W_{из}}$. Тогда $\sigma_{Д}^{\max}=\frac{PL}{W_{из}}K_{Д}$.

Задание 10.2.2: По сечению С-С производится удар грузом Р. При увеличении длины стержня L, динамические напряжения в нем…



1) уменьшаются; 2) сначала уменьшаются, а затем увеличиваются;
3) не меняются; 4) сначала увеличиваются, затем уменьшаются.

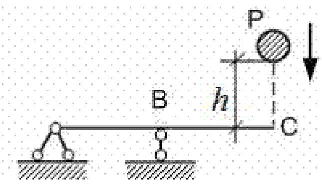
Решение: Верный ответ – 1). Динамическое напряжение определяется по формуле $\sigma_Д = \sigma^{cm} K_Д$. Статическое напряжение при растяжении $\sigma^{cm} = \dfrac{P}{A}$, коэффициент динамичности $K_Д = 1 + \sqrt{\dfrac{2h}{\delta_{cm}}}$, где δ_{cm} - перемещение от статически приложенной силы $\delta_{cm} = PL/(EA)$. Подставив в формулу для определения динамического напряжения получим $\sigma_Д = \dfrac{P}{A}\left(1 + \sqrt{\dfrac{2h \cdot EA}{PL}}\right)$. Так как длина стержня находится в знаменателе, то её увеличение приведёт к снижению динамических напряжений.

Задание 10.2.3: На балку падает груз. Условие прочности имеет вид...

1) $\sigma_Д^{\max} \le [\sigma] K_Д$; 2) $\sigma_Д^{\max} = \dfrac{\sigma_{\max}^{cm}}{K_Д} \le [\sigma]$; 3) $\sigma_Д^{\max} = \sigma_{\max}^{cm} K_Д \le [\sigma]$; 4) $\sigma_Д^{\max} \le \dfrac{[\sigma]}{K_Д}$.

Решение: Верный ответ – 3). Условие прочности при ударных нагрузках имеет вид $\sigma_Д^{\max} = \sigma_{\max}^{cm} K_Д \le [\sigma]$, где $\sigma_{\max}^{cm}$ - максимальное статическое напряжение, $K_Д$ - коэффициент динамичности.

Задание 10.2.4: На балку падает груз весом Р. Динамический коэффициент определяется по формуле $K_Д = 1 + \sqrt{1 + (2h/\Delta_{cm})}$. Физическим смыслом величины Δ_{cm} является…

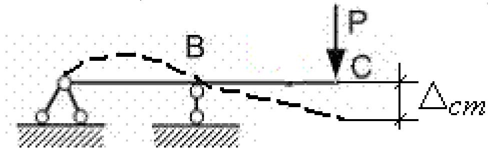


1) статический прогиб сечения С вызванный силой Р;
2) статический угол поворота сечения С вызванный силой Р;

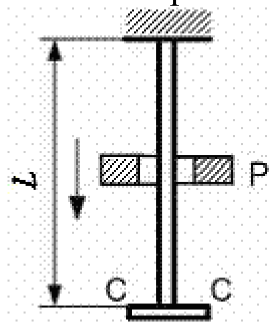
3) статический прогиб сечения С вызванный максимальной силой взаимодействия между грузом и балкой;

4) статический угол поворота сечения В, вызванный силой Р.

Решение: Верный ответ – 1).



Задание 10.2.5: По сечению С-С производится растягивающий удар грузом Р. Динамические напряжения в стержне определяются по формуле..



1) $\sigma_Д = \dfrac{P}{A} K_Д$; 2) $\sigma_Д = \dfrac{P}{2A \cdot K_Д}$; 3) $\sigma_Д = \dfrac{P}{A \cdot K_Д}$; 4) $\sigma_Д = \dfrac{2P}{A} K_Д$

Решение: Верный ответ –1). Динамическое напряжение $\sigma_Д = \sigma^{cm} K_Д$, σ^{cm} - статическое напряжение, $\sigma^{cm} = \dfrac{P}{A}$. Тогда $\sigma_Д = \dfrac{P}{A} K_Д$.

10.3. Основные понятия и определения при расчётах на выносливость

Задание 10.3.1: Коэффициент запаса усталостной прочности по нормальным напряжениям определяется по формуле…

1) $n = \dfrac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}}$; 2) $n = \dfrac{\sigma_T}{\sigma_{\max}}$; 3) $n = \dfrac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma d}\sigma_a + \psi\sigma_m}$; 4) $n = \dfrac{\sigma_B}{\sigma_{\max}}$

Решение: Верный ответ – 1). Коэффициент запаса усталостной прочности по нормальным напряжениям определяется по формуле $n = \dfrac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma d}\sigma_a + \psi\sigma_m}$, где σ_{-1} - предел выносливости гладкого лабораторного образца при симметричном цикле для базовой долговечности; σ_m, σ_a - характеристики рабочего цикла изменения напряжений; ψ - коэффициент чувствительности к асимметрии цикла; $K_{\sigma d}$ - суммарный коэффициент, учитывающий влияние концентрации напряжений, масштабного и технологических факторов.

Задание 10.3.2: Коэффициент запаса усталостной прочности консольного стержня определяется по формуле…

1) $n = \dfrac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma d}\sigma_a + \psi\sigma_m}$; 2) $n = \dfrac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma d}\sigma_a}$; 3) $n = \dfrac{\sigma_{-1}}{\psi\sigma_m}$; 4) $n = \dfrac{\sigma_T}{\sigma_{\max}}$.

Решение: Верный ответ – 1). В опасной точке сечения консольного стержня действуют только нормальные напряжения, следовательно расчёт коэффициента запаса усталостной прочности следует проводить по нормальным напряжениям.

10.4. Расчёт на прочность при напряжениях периодически меняющихся во времени

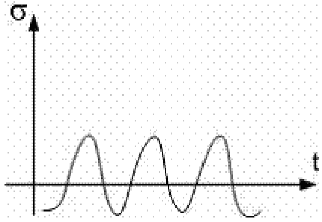
Задание 10.4.1: Максимальное напряжение цикла нормальных напряжений в точке А поперечного сечения…(σ_{cm} - статическое напряжение от веса электродвигателя; σ_{cm}^S - статическое напряжение от наибольшей величины возмущающей силы; β - динамический коэффициент).

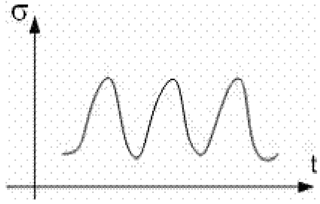
1) $\sigma_{\max} = \sigma_{cm} + \beta\sigma_{cm}^S$; 2) $\sigma_{\max} = -\sigma_{cm} - \beta\sigma_{cm}^S$;

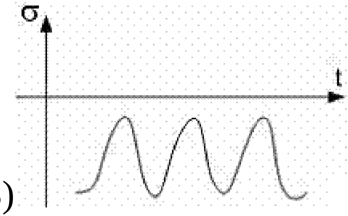
3) $\sigma_{\max} = \sigma_{cm}^S$; 4) $\sigma_{\max} = \sigma_{cm} + \sigma_{cm}^S$

Решение: Верный ответ – 1). Условие прочности имеет следующий вид $\sigma_{\max} = \sigma_m + \beta\sigma_{cm}^S$, где σ_m - среднее напряжение цикла. В данном случае σ_m совпадает с σ_{cm}. Тогда $\sigma_{\max} = \sigma_{cm} + \beta\sigma_{cm}^S$

Задание 10.4.2: График изменения нормального напряжения в точке А поперечного сечения может иметь вид….

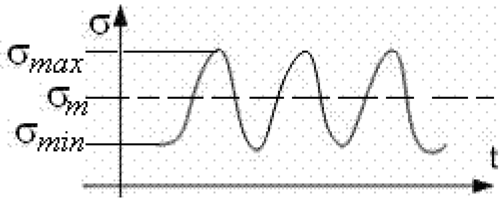
1) 

; 2) 

; 3) 

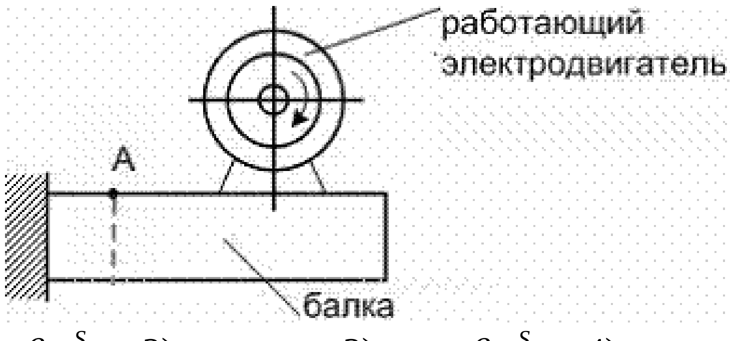
.

Решение: Верный ответ – 2). График может иметь следующий вид, где



$\sigma_{\max} = \sigma_m + \beta\sigma_{cm}^S$ - максимальное напряжение, σ_m - среднее напряжение цикла (совпадает с σ_{cm}), $\sigma_{\min} = \sigma_m - \beta\sigma_{cm}^S$ - минимальное напряжение.

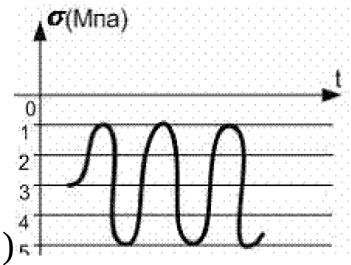
Задание 10.4.3: Среднее напряжение цикла нормальных напряжений в точке А поперечного сечения…(σ_{cm}- статическое напряжение от веса электродвигателя; σ_{cm}^S- статическое напряжение от наибольшей величины возмущающей силы; β - динамический коэффициент).

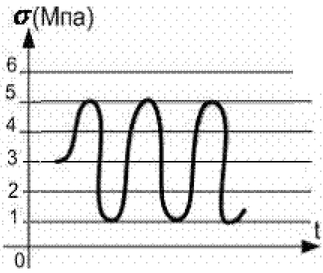


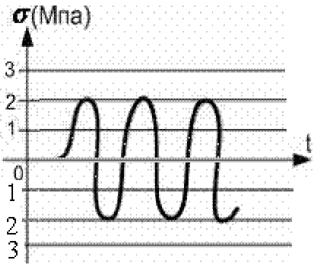
1) $\sigma_m = \sigma_{cm} + \beta\sigma_{cm}^S$; 2) $\sigma_m = \sigma_{cm}$; 3) $\sigma_m = \beta\sigma_{cm}^S$; 4) $\sigma_m = \sigma_{cm} + \sigma_{cm}^S$.

Решение: Верный ответ – 2). Среднее напряжение цикла $\sigma_m = \dfrac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$, после замены $\sigma_m = \dfrac{(\sigma_{cm} + \beta\sigma_{cm}^S) + (\sigma_{cm} - \beta\sigma_{cm}^S)}{2} = \sigma_{cm}$

Задание 10.4.4: Амплитуда цикла $\sigma_a = 2МПа$, среднее напряжение $\sigma_m = 3МПа$. График изменения напряжения во времени имеет вид…

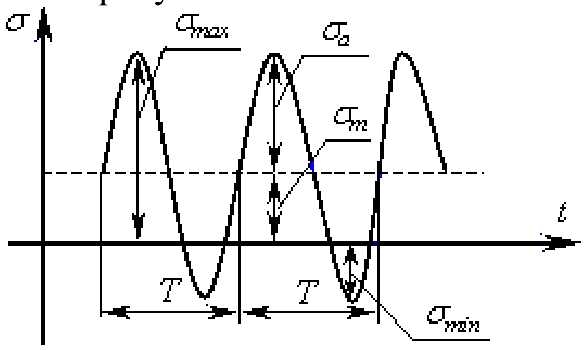
1) 

; 2) 

; 3) 

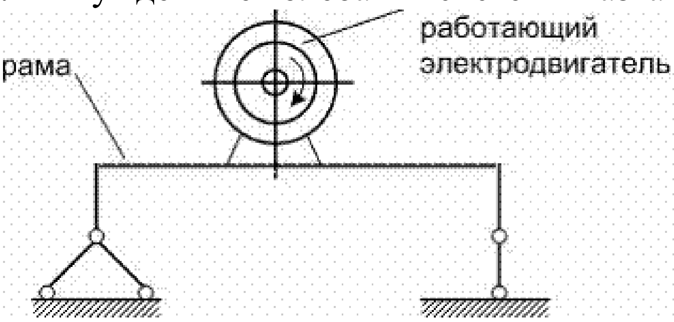
.

Решение: Верный ответ – 2). В общем виде характеристики цикла напряжений представлены на рисунке.



После сопоставления данных получаем правильный ответ 3.

Задание 10.4.5: Вынужденные колебания системы вазваны…



1) весом электродвигателя;
2) центробежной силой и несбалансированной массой двигателя;
3) весом рамы и электродвигателя;
4) весом несбалансированной массы электродвигателя.

Решение: Верный ответ – 2). Вынужденные колебания — колебания, происходящие под воздействием внешних сил, меняющихся во времени

Задание 10.4.6: Среднее напряжение цикла нормальных напряжений определяется по формуле…

1) $\dfrac{\sigma_{\max}+\sigma_{\min}}{2}$; 2) $\dfrac{\sigma_{\max}-\sigma_{\min}}{2}$; 3) $\dfrac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma d}}$; 4) $\dfrac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma d}\sigma_a}$.

Решение: Верный ответ – 1). Среднее напряжение цикла нормальных напряжений определяется по формуле $\sigma_m = \dfrac{\sigma_{\max}+\sigma_{\min}}{2}$, где $\sigma_{\max}$ - максимальное напряжение цикла, $\sigma_{\min}$ - минимальное напряжение цикла.